Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung

Tugas Besar 1 IF 2123 Aljabar Linier dan Geometri
Sistem Persamaan Linier, Determinan, dan Aplikasinya
Semester I Tahun 2020/2021

I. Abstraksi

Sistem persamaan linier (SPL) $Ax = b$ dengan n peubah (*variable*) dan m persamaan adalah berbentuk

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n &= b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n &= b_m \end{aligned}$$

yang dalam hal ini x_i adalah peubah, a_{ij} dan b_i adalah koefisien $\in$ R. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak, atau hanya satu (unik/tunggal).

Sebuah matriks M berukuran $n \times n$

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix}$$

determinannya adalah

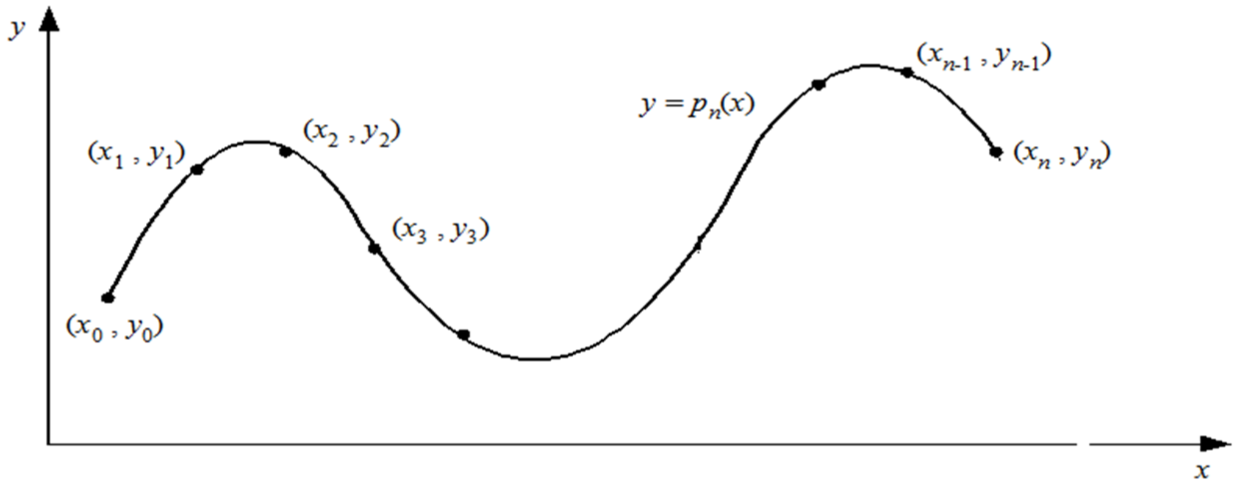
$$\det(M) = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{vmatrix}$$

Determinan matriks M berukuran $n \times n$ dapat dihitung dengan beberapa cara: reduksi baris dan ekspansi kofaktor.

SPL memiliki banyak aplikasi dalam bidang sains dan rekayasa, dua diantaranya diterapkan pada tugas besar ini, yaitu interpolasi polinom dan regresi linier.

II. Interpolasi Polinom

Persoalan interpolasi polinom adalah sebagai berikut: Diberikan n+1 buah titik berbeda, (x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n). Tentukan polinom $p_n(x)$ yang menginterpolasi (melewati) semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga $y_i = p_n(x_i)$ untuk i = 0, 1, 2, …, n.



Setelah polinom interpolasi $p_n(x)$ ditemukan, $p_n(x)$ dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai y di sembarang titik di dalam selang [x_0, x_n].

Polinom interpolasi derajat n yang menginterpolasi titik-titik (x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n). adalah berbentuk $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$. Jika hanya ada dua titik, (x_0, y_0) dan (x_1, y_1), maka polinom yang menginterpolasi kedua titik tersebut adalah $p_1(x) = a_0 + a_1x$ yaitu berupa persamaan garis lurus. Jika tersedia tiga titik, (x_0, y_0), (x_1, y_1), dan (x_2, y_2), maka polinom yang menginterpolasi ketiga titik tersebut adalah $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ atau persaman kuadrat dan kurvanya berupa parabola. Jika tersedia empat titik, (x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), dan (x_3, y_3), polinom yang menginterpolasi keempat titik tersebut adalah $p_3(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, demikian seterusnya. Dengan cara yang sama kita dapat membuat polinom interpolasi berderajat n untuk n yang lebih tinggi asalkan tersedia (n+1) buah titik data. Dengan menyulihkan (x_i, y_i) ke dalam persamaan polinom $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$ untuk i = 0, 1, 2, …, n, akan diperoleh n buah sistem persamaan lanjar dalam a_0, a_1, a_2, …, a_n,

$$
\begin{aligned}
a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \ldots + a_n x_0^n &= y_0 \\
a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \ldots + a_n x_1^n &= y_1 \\
\ldots \qquad\qquad & \ldots \\
a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_n x_n^n &= y_n
\end{aligned}
$$

Solusi sistem persamaan lanjar ini, yaitu nilai a_0, a_1, …, a_n, diperoleh dengan menggunakan metode eliminasi Gauss yang sudah anda pelajari. Sebagai contoh, misalkan diberikan tiga buah titik yaitu (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513). Tentukan polinom interpolasi kuadratik lalu estimasi nilai fungsi pada x = 9.2. Polinom kuadratik berbentuk $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$. Dengan menyulihkan ketiga buah titik data ke dalam polinom tersebut, diperoleh sisten persamaan lanjar yang terbentuk adalah

$$a_0 + 8.0a_1 + 64.00a_2 = 2.0794$$
$$a_0 + 9.0a_1 + 81.00a_2 = 2.1972$$
$$a_0 + 9.5a_1 + 90.25a_2 = 2.2513$$

Penyelesaian sistem persamaan dengan metode eliminasi Gauss menghasilkan a_0 = 0.6762, a_1 = 0.2266, dan a_2 = -0.0064. Polinom interpolasi yang melalui ketiga buah titik tersebut adalah $p_2(x)$ = 0.6762 + 0.2266x - 0.0064x^2. Dengan menggunakan polinom ini, maka nilai fungsi pada x = 9.2 dapat ditaksir sebagai berikut: $p_2(9.2)$ = 0.6762 + 0.2266(9.2) - 0.0064$(9.2)^2$ = 2.2192.

III. Regresi Linier Berganda

Regresi Linear (akan dipelajari lebih lanjut di Probabilitas dan Statistika) merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Meskipun sudah ada rumus jadi untuk menghitung regresi linear sederhana, terdapat rumus umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap β_i dapat digunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut:

$$\begin{array}{lllll}
nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} x_{1i} y_i \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 & = \sum_{i=1}^{n} x_{ki} y_i
\end{array}$$

Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

SPESIFIKASI TUGAS

Buatlah program dalam **Bahasa Java** untuk

1. Menghitung solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss, metode Eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan).
2. Menyelesaikan persoalan interpolasi dan regresi linier.
3. Menghitung matriks balikan
4. Menghitung determinan matriks dengan berbagai metode (reduksi baris dan ekspansi kofaktor).

Spesifikasi program adalah sebagai berikut:

1. Program dapat menerima masukan (input) baik dari *keyboard* maupun membaca masukan dari file text. Untuk SPL, masukan dari *keyboard* adalah m, n, koefisien a_{ij} , dan b_i. Masukan dari *file* berbentuk matriks *augmented* tanpa tanda kurung, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

```
  3 4.5 2.8 10 12
 -3 7 8.3 11 -4
0.5 -10 -9 12 0
```

2. Untuk persoalan menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari *keyboard* adalah n dan koefisien a_{ij}. Masukan dari *file* berbentuk matriks, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

```
  3 4.5 2.8 10
 -3 7 8.3 11
  0.5 -10 -9 12
```

3. Untuk persoalan interpolasi, masukannya jika dari *keyboard* adalah n, (x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n), dan nilai x yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung. Misalnya jika titik-titik datanya adalah (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513), maka di dalam file text ditulis sebagai berikut:

```
8.0 2.0794
9.0 2.1972
9.5 2.2513
```

4. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari *keyboard* adalah n (jumlah peubah x), semua nilai-nilai x_{1i}, x_{2i}, ..., x_{ni}, nilai y_i, dan nilai-nilai x_k yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.

5. Untup persoalan SPL, luaran (*output*) program adalah solusi SPL. Jika solusinya tunggal, tuliskan nilainya. Jika solusinya tidak ada, tuliskan solusi tidak ada, jika solusinya banyak, maka tuliskan solusinya dalam bentuk parametrik (misalnya $x_4 = -2$, $x_3 = 2s - t$, $x_2 = s$, dan $x_1 = t$.)

4. Untuk persoalan determinan dan matriks balikan, maka luarannya sesuai dengan persoalan masing-masing

5. Untuk persoalan polinom interpolasi dan regresi, luarannya adalah persamaan polinom/regresi dan taksiran nilai fungsi pada x yang diberikan.

6. Luaran program harus dapat ditampilkan **pada layar komputer dan dapat disimpan ke dalam file**.

7. Bahasa program yang digunakan adalah Java.

8. Program **tidak harus** berbasis GUI, cukup text-based saja, namun boleh menggunakan GUI (memakai kakas *Eclipse* misalnya).
9. Program dapat dibuat dengan pilihan menu. Urutan menu dan isinya dipersilakan dirancang masing-masing. Misalnya, menu:

```
MENU
1. Sistem Persamaaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar
```

Untuk pilihan menu nomor 1 ada sub-menu lagi yaitu pilihan metode:

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
```

Begitu juga untuk pilihan menu nomor 2 dan 3.

PROSEDUR PENGERJAAN

1. Tugas dikerjakan secara berkelompok yang terdiri dari 3 orang. Kelompok dipilih secara mandiri. Daftarkan kelompok anda via tautan http://bit.ly/PendataanTubesAlgeo1 .
2. Tugas ini dikumpulkan hari Jumat 2 Oktober 2020 paling lambat pukul 17.00 WIB sore. Asisten akan mengumumkan jadwal demo program secara daring.
3. Dilarang keras menyalin program dari sumber lain (buku, internet, program kakak tingkat, program kelompok lain)

LAPORAN

Laporan terdiri dari:

1. *Cover*: *Cover* laporan ada foto anggota kelompok (foto bertiga kalau ada, atau foto masing-masing, bebas gaya). Foto ini menggantikan logo “gajah” ganesha.
2. Bab 1: Deskripsi masalah (dapat meng-*copy paste* file tugas ini).
3. Bab 2: Teori singkat mengenai metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, determinan, matriks balikan, matriks kofaktor, matriks adjoin, kaidah Cramer, interpolasi polinom, regresi linier berganda.
4. Bab 3: Implementasi program dalam Java, meliputi struktur *class* yang didefinisikan (atribut dan method), garis besar program, dll.
5. Bab 4: Eksperimen. Bab ini berisi hasil eksekusi program terhadap contoh-contoh kasus yang diberikan berikut analisis hasil eksekusi tersebut
6. Bab 5: Kesimpulan, saran, dan refleksi (hasil yang dicapai, saran pengembangan, dan refleksi anda terhadap tugas ini).
7. Tuliskan juga referensi (buku, web), yang dipakai/diacu di dalam Daftar Referensi.

Keterangan laporan dan program:

a) Laporan ditulis dalam bahasa Indonesia yang baik dan benar, tidak perlu panjang tetapi tepat sasaran dan jelas.
b) Identitas per halaman harus jelas (misalnya : halaman, kode kuliah).
c) *Listing* program tidak perlu disertakan pada laporan.
e) Program disimpan di dalam *repository github* dengan nama repository Algeo01-xxxxx. Lima digit terakhir adalah NIM anggota terkecil. Didalam *repository* tersebut terdapat empat folder: bin, src, test dan doc yang masing-masing berisi:
   - Folder *bin* berisi *java byte code* (.class)
   - Folder *src* berisi *source code* dari program java
   - Folder *test* berisi data uji.
   - Folder *doc* berisi laporan

   Sertakan juga *readme* yang dibuat sejelas mungkin. Pastikan *repository* bersifat ***private*** dan telah mengundang asisten yang pembagiannya akan diumumkan kemudian.

PENGUMPULAN TUGAS

1. Yang diserahkan saat pengumpulan tugas adalah:
   a) Laporan (*soft copy*)
   b) Kode program + Java *bytecode*

   Kedua komponen tersebut di-*commit* sebelum Jumat 2 Oktober 2020 pukul 17.00 WIB. Commit setelah waktu tersebut akan mendapat pengurangan nilai.
2. *Java bytecode* dapat dijalankan. Asisten pemeriksa tidak akan melakukan *setting* atau kompilasi lagi agar program dapat berjalan. Program yang tidak dapat dijalankan tidak akan diberi nilai.

PENILAIAN

Komposisi penilaian umum adalah sebagai berikut :

1. Program: 80 %
2. Laporan : 20 %

STUDI KASUS

Untuk menguji program anda, tes dengan beberapa SPL, persoalan interpolasi polinom, dan matriks-matriks sebagai berikut:

1. Temukan solusi SPL *Ax* = *b*,berikut:

   a.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

   b.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

   c.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

   d.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

H adalah matriks Hilbert. Cobakan untuk n = 6 dan n = 10.

2. SPL berbentuk matriks *augmented*

a.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

b.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

3. SPL berbentuk

a.
$$\begin{aligned} 8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\ x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3 \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\ x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\ 0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 &= 14.79 \\ 0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\ 0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 &= 3.81 \\ x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\ x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\ x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\ 0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 &= 10.51 \\ 0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\ 0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 &= 7.04 \end{aligned}$$

4. **Studi Kasus: Interpolasi**

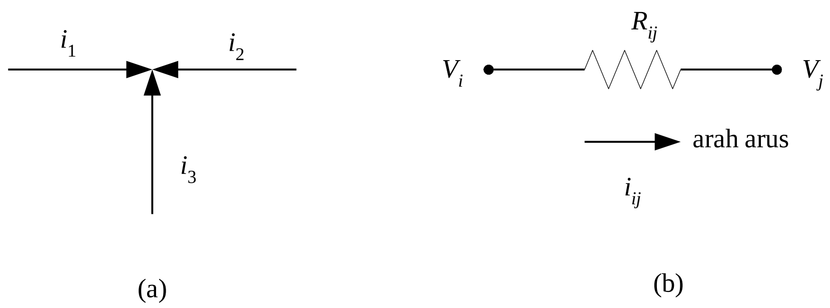
Seperti yang kalian telah pelajari di Mata kuliah Pengantar Analisis Rangkaian, dalam sebuah rangkaian listrik berlaku hukum-hukum arus Kirchoff menyatakan bahwa jumlah aljabar dari semua arus yang memasuki suatu simpul (Gambar 4.4a) haruslah nol:

$$\Sigma\, i = 0$$

Dalam hal ini, semua arus *i* yang memasuki simpul dianggap bertanda positif. Sedangkan hukum Ohm (Gambar 1) menyatakan bahwa arus *i* yang melalui suatu tahanan adalah :

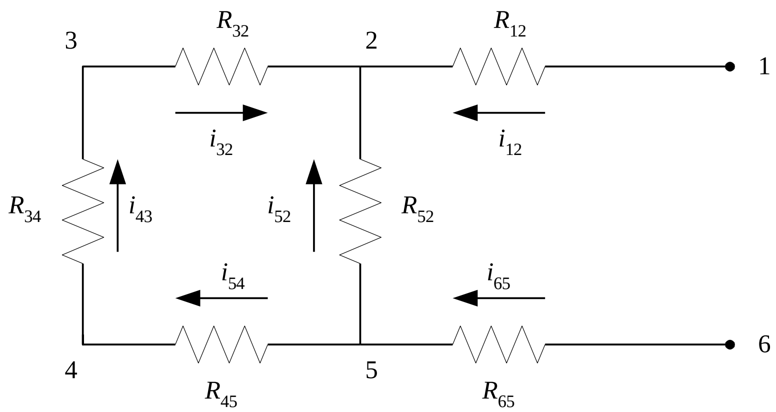
$$i_{ij} = \frac{\boldsymbol{V_i - V_j}}{\boldsymbol{R_{ij}}}$$

yang dalam hal ini *V* adalah tegangan dan *R* adalah tahanan.



Gambar 1 (a) Hukum Kirchoff, (b) hukum Ohm

Diberikan sebuah rangkaian listrik dengan 6 buah tahanan seperti pada Gambar 2 Anda diminta menghitung arus pada masing-masing rangkaian.



Gambar 2 Rangkaian listrik dengan 6 buah tahanan

Arah arus dimisalkan seperti diatas. Dengan hukum Kirchoff diperoleh persamaan-persamaan berikut :

$$
\begin{array}{llll}
i_{12} & + i_{52} & + i_{32} & = 0 \\
i_{65} & - i_{52} & - i_{54} & = 0 \\
i_{43} & - i_{32} & & = 0 \\
i_{54} & - i_{43} & & = 0
\end{array}
$$

Dari hukum Ohm didapat :

$$
\begin{array}{llll}
i_{32} R_{32} & - V_3 & + V_2 & = 0 \\
i_{43} R_{43} & - V_4 & + V_3 & = 0 \\
i_{65} R_{65} & & + V_5 & = V_6 \\
i_{12} R_{12} & & + V_2 & = V_1 \\
i_{54} R_{54} & - V_5 & + V_4 & = 0 \\
i_{52} R_{52} & - V_5 & + V_2 & = 0
\end{array}
$$

Dengan menyusun kesepuluh persamaan diatas didapatkan sistem persamaan linier sebagai berikut :

$$
\begin{array}{llllllllllllll}
i_{12} & + i_{52} & + i_{32} & & & & & & & & & & & = 0 \\
& - i_{52} & & + i_{65} & - i_{54} & & & & & & & & & = 0 \\
& & - i_{32} & & & + i_{43} & & & & & & & & = 0 \\
& & & & i_{54} & - i_{43} & & & & & & & & = 0 \\
& & i_{32} R_{32} & & & & & & V_2 & - V_3 & & & & = 0 \\
& & & & & & i_{43} R_{43} & & & + V_3 & - V_4 & & & = 0 \\
& & & i_{65} R_{65} & & & & & & & & + V_5 & & = V_6 \\
i_{12} R_{12} & & & & & & & & + V_2 & & & & & = V_1 \\
& & & & & & & i_{54} R_{54} & & & + V_4 & - V_5 & & = 0 \\
& i_{52} R_{52} & & & & & & & + V_2 & & & - V_5 & & = 0
\end{array}
$$

Tentukan nilai dari:

$$i_{12}\ ,\quad i_{52}\ ,\quad i_{32}\ ,\quad i_{65}\ ,\quad i_{54}\ ,\quad i_{13}\ ,\quad V_2\ ,\quad V_3\ ,\quad V_4\ ,\quad V_5$$

bila diketahui

$$
\begin{array}{c}
R_{12} = 5 \text{ ohm}\ ,\quad R_{52} = 10 \text{ ohm}\ ,\quad R_{32} = 10 \text{ ohm} \\
R_{65} = 20 \text{ ohm}\ ,\quad R_{54} = 15 \text{ ohm}\ ,\quad R_{14} = 5 \text{ ohm.} \\
V_1 = 200 \text{ volt}\ ,\quad V_6 = 0 \text{ volt.}
\end{array}
$$

5. **(Interpolasi)** Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai x yang akan dicari nilai fungsi $f(x)$.

x	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$f(x)$	0.003	0.067	0. 148	0.248	0.370	0.518	0.697

Lakukan pengujian pada nilai-nilai default berikut:

x = 0.2 f(x) = ?
x = 0.55 f(x) = ?
x = 0.85 f(x) = ?
x = 1.28 f(x) = ?

6. Jumlah kasus positif Covid-19 di Indonesia semakin bertambah dari hari ke hari. Di bawah ini diperlihatkan jumlah kasus Covid-19 di Indonesia mulai dari tanggal 24 April 2020 hingga 10 September 2020:

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus
24/04/20	4,800	8.211
30/04/20	5,000	10.118
16/05/20	5,516	17.025
22/05/20	5,710	20.796
15/06/20	6,500	39.294
06/07/20	7,194	64.958
03/08/20	8,097	113.134
08/08/20	8,258	123.503
01/09/20	9,033	177.571
10/09/20	9,333	145.510

Tanggal (desimal) adalah tanggal yang sudah diolah ke dalam bentuk desimal 3 angka di belakang koma dengan memanfaatkan perhitungan sebagai berikut:

tanggal(desimal) = bulan + (tanggal / jumlah hari pada bulan tersebut)

Sebagai **contoh**, untuk tanggal 24/04/20 (dibaca: 24 April 2020) diperoleh tanggal(desimal) sebagai berikut:

Tanggal(desimal) = 4 + (24/30) = 4,800

Gunakanlah data di atas dengan memanfaatkan **polinom interpolasi** untuk melakukan prediksi jumlah kasus Covid-19 pada tanggal-tanggal berikut:

a. 25/05/20
b. 30/08/20
c. 15/09/20
d. beserta masukan user lainnya berupa **tanggal (desimal) yang sudah diolah** dengan asumsi prediksi selalu dilakukan untuk tahun 2020.

7. Sederhanakan fungsi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

dengan polinom interpolasi derajat n di dalam selang [0, 2]. Sebagai contoh, jika n = 5, maka titik-titik x yang diambil di dalam selang [0, 2] berjarak h = (2 – 0)/5 = 0.4.

8. Diberikan sekumpulan data sesuai pada tabel berikut ini.

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

Gunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* untuk mendapatkan regresi linear berganda dari data pada tabel di atas, kemudian estimasi nilai Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan udara sebesar 29.30.

Dari data-data tersebut, apabila diterapkan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression*, maka diperoleh sistem persamaan linear sebagai berikut.

$20b_0 + 863.1b_1 + 1530.4b_2 + 587.84b_3 = 19.42$

$863.1b_0 + 54876.89b_1 + 67000.09b_2 + 25283.395b_3 = 779.477$

$1530.4b_0 + 67000.09b_1 + 117912.32b_2 + 44976.867b_3 = 1483.437$

$587.84b_0 + 25283.395b_1 + 44976.867b_2 + 17278.5086b_3 = 571.1219$

Selamat Mengerjakan, it's not worth it if you're not have fun WKWKWK
-Asisten