

Kuis 3 Aljabar Linier dan Geometri  
Senin, 9 November 2020  
Waktu: 1 jam

1. Diketahui Matriks A sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -7 \\ 0 & -2 & -6 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- Tentukanlah eigenvalues dari matriks A.
- Tentukan basis untuk tiap-tiap eigenvalues
- Tentukan matriks diagonal yang dihasilkan.

**(Nilai: 10 + 10 + 5)**

2. Tuliskan untuk setiap nomor jawaban **benar** atau **salah**:

Misalkan A adalah matriks persegi  $n \times n$ , E adalah matriks yang mendiagonalisasi A, D adalah matriks diagonal yang memiliki kemiripan dengan A, maka:

- $D = EAE^{-1}$  (Benar/Salah)
- Matriks A dan E memiliki nilai eigen yang sama. (Benar/Salah)
- Matriks A dan D memiliki trace yang tidak nol. (Benar/Salah)
- Jika A tidak memiliki balikan (invers), maka D juga tidak memiliki balikan. (Benar/Salah)
- $\text{Rank}(D) + \text{nullity}(D) = n$  (Benar/Salah)
- Jika A dapat didiagonalisasi dan dapat dibalikkan (invertible), maka transpose matriks A juga dapat didiagonalisasi. (Benar/salah)

**(Nilai: 15, tiap soal = 2,5)**

3. Diketahui Quaternion tersusun atas 4 komponen; 1 komponen riil dan 3 komponen imajiner (i,j,k) yang dapat disusun dalam bentuk tuple (a,b,c,d). Dengan menggunakan perkalian matriks, buktikan bahwa:

a.  $ijk = -1$

b.  $ki = -j$

**(Nilai: 10 + 10)**

4. Diberikan sebuah quaternion  $q = 2 + 3i - 4j + k$ . Tunjukkan bahwa perkalian  $q$  dengan sekawannya (*conjugate*) menghasilkan nilai yang sama dengan  $2^2 + 3^2 + (-4)^2 + 1^2$ .

**(Nilai: 15)**

5. Diketahui vektor  $\mathbf{p}=(1,1,1)$ , yang diputar terhadap sumbu  $\mathbf{u}=(1,1,0)$  sebesar  $90^\circ$  berlawanan jarum jam. Sebutkan bayangannya  $\mathbf{p}'$ . Tentukan:

a). Vektor  $\mathbf{q}$  dan  $\mathbf{q}^{-1}$  yang berfungsi sebagai rotor.

b). Tentukan  $\mathbf{p}'$

**(Nilai: 10 + 15)**