

Ujian Akhir Semester I 2017/2018
Mata kuliah : Aljabar Geometri (IF2123)
Hari/tanggal : Rabu, 6 Desember 2017
Waktu : 100 menit

I. Transformasi $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ didefinisikan :

$$T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \\ x_2 + x_3 \\ -x_1 + 2x_3 \end{pmatrix}$$

- a). Tentukan matriks transformasi T . (Perlihatkan cara perhitungan dengan menggunakan vektor basis satuan).
- b). Dengan menggunakan jawab a), tentukan bayangan vektor $(3, -1, 4, 5)$.
- c). Jika hasil dari langkah b) diregang (shear) dalam arah x , tentukan bayangan akhirnya.

II. Diberikan matriks:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 2 \\ 0 & -1 & -8 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

- a). Tentukan nilai eigen dari matriks A .
- b). Tentukan vektor-vektor eigen dari (1).
- c). Tentukan matriks A^2 , (pangkat dua matrik A)
- d). Tentukan nilai eigen dari matriks A^2 , apakah nilai eigen matriks A^2 = nilai eigen (a) dikuadratkan?

III. Diberikan dua quaternion $p = 2 + 2i + 3j + 4k$ dan $q = 3 - i + 5j - 2k$,

Hitunglah :

- 1). pq
- 2). p^{-1}
- 3). $p^{-1}p$.

IV. Diberikan tiga buah vektor:

$$\begin{aligned}\mathbf{a} &= 2e_1 + e_2 + e_3 \\ \mathbf{b} &= 3e_1 + 5e_2 - 2e_3 \\ \mathbf{c} &= -e_1 + 2e_2 - e_3\end{aligned}$$

Hitunglah :

1). $a \wedge b$ 2). $\|a \wedge b\|$ 3). $a(bc)$

V. Diketahui tiga buah vektor :

$$\mathbf{a} = e_1 + e_2 - 2e_3; \quad \mathbf{b} = e_1 - e_2 + 2e_3; \quad \mathbf{c} = 2e_1 + e_2 - 2e_3$$

1. Tentukan luas bayangan yang merupakan proyeksi dari bidang yang dibentuk oleh vektor \mathbf{a} dan vektor \mathbf{b} pada bidang $(e_1 \wedge e_2)$
2. Hitunglah volume paralelepipedum yang dibentuk oleh vektor \mathbf{a} , \mathbf{b} , dan \mathbf{c} .

VI. Diketahui sebuah vektor $\mathbf{v} = e_1 + 2e_2$.

1. Tuliskan rotor untuk memutar vektor tersebut sebesar ϕ
2. Dengan menggunakan rotor tersebut, tentukan bayangan vektor v (v') jika diputar sebesar 30° berlawanan arah jarum jam.
3. Tentukan bayangan vektor v (v''), jika diputar 45° searah dengan jarum jam.