

Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro Informatika
Institut Teknologi Bandung

Solusi Kuis I 2017/2018

Mata kuliah : Aljabar Geometri (IF2123)
Hari/tanggal : Kamis, 14 September 2017
Waktu : 50 menit

I. Diberikan dua matrik D dan E : (nilai 15/15)

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

a). Hitunglah $(3E)D$

$$(3E)D = 3 \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 42 & 108 & 75 \\ 12 & -3 & 21 \\ 36 & 78 & 63 \end{bmatrix}$$

b). Tentukan nilai $\text{tr}(2D^T - E)$ (tr =trace: jumlah elemen diagonal utama).

$$\text{tr}(2D^T - E) = \text{tr} \begin{bmatrix} -4 & -1 & 3 \\ 9 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} = -4 + 1 + 5 = 2$$

II. Diberikan Sistem Persamaan Linier berikut (SPL): (nilai 5/15/15)

$$\begin{aligned} x_1 + 7x_2 - 2x_3 & & - 8x_5 & = -3 \\ x_1 + 7x_2 - x_3 & + x_4 - 2x_5 & = 2 \\ 2x_1 + 14x_2 - 4x_3 + x_4 - 13x_5 & = 3 \\ x_1 + 7x_2 - 2x_3 & & - 8x_5 & = -3 \end{aligned}$$

Tentukan :

a). Tentukan matriks augmented dari SPL tersebut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 & -2 & 0 & -8 & -3 \\ 1 & 7 & -1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & 14 & -4 & 1 & -13 & 3 \\ 1 & 7 & -2 & 0 & -8 & -3 \end{bmatrix}$$

b). Ubahlah matriks pada jawaban a. menjadi matriks echelon
Dengan Operasi Baris Elementer diperoleh:

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 & -2 & 0 & -8 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

c). Tentukan solusi SPL diatas.

$$x_1 = -7s + 2t - 11, \quad x_2 = s, \quad x_3 = -3t - 4, \quad x_4 = -3t + 9, \quad x_5 = t$$

III. Diberikan matriks A sebagai berikut:

(nilai 5/15/15)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

a). Cari baris atau kolom yang banyak nol.

$$\begin{aligned} \det(A) &= a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + a_{23}C_{23} + a_{24}C_{24} \\ &= 0 + 0 - a_{23}C_{23} + 0 \\ &= -a_{23}C_{23} \\ &= -(-3) \begin{vmatrix} 4 & -1 & 6 \\ 4 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 3(-8) = -24 \end{aligned}$$

b). Karena $\det(A) \neq 0$ maka A mempunyai balikan. Tentukan $\text{adj}(A)$ =transpose dari matrik kofaktor A, selanjutnya:

$$A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{\det(A)} = \begin{bmatrix} -1/4 & 2/3 & -1/4 & 3/4 \\ 1 & -8/3 & 2 & -3 \\ 0 & -1/3 & 0 & 0 \\ 1/2 & -5/6 & 1/2 & -1 \end{bmatrix}$$

c). Dengan memanfaatkan matriks balikan A^{-1} ,

$$x = A^{-1} b = \begin{bmatrix} -1/4 & 2/3 & -1/4 & 3/4 \\ 1 & -8/3 & 2 & -3 \\ 0 & -1/3 & 0 & 0 \\ 1/2 & -5/6 & 1/2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/4 \\ 1 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$