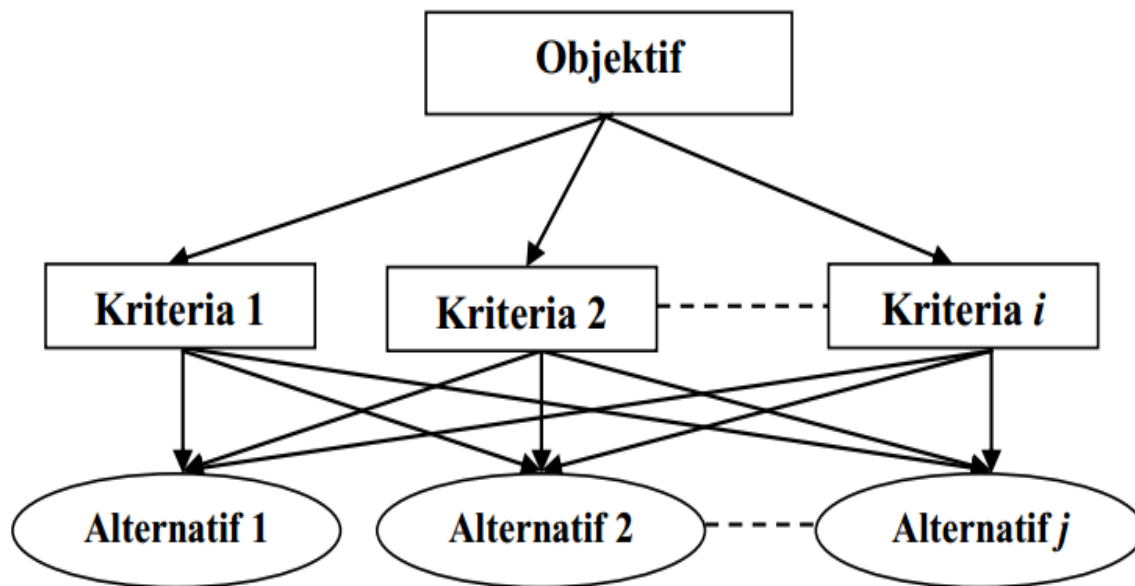


# Aplikasi Nilai Eigen dan Vektor Eigen di dalam *Analytic Hierarchy Process (AHP)*

Bahan tambahan IF2123 Aljabar Geometri

Program Studi Informatika ITB

- AHP: metode yang digunakan dalam analisis pengambilan keputusan.



AHP: metode untuk menurunkan skala rasio dari perbandingan antar kriteria (objek)

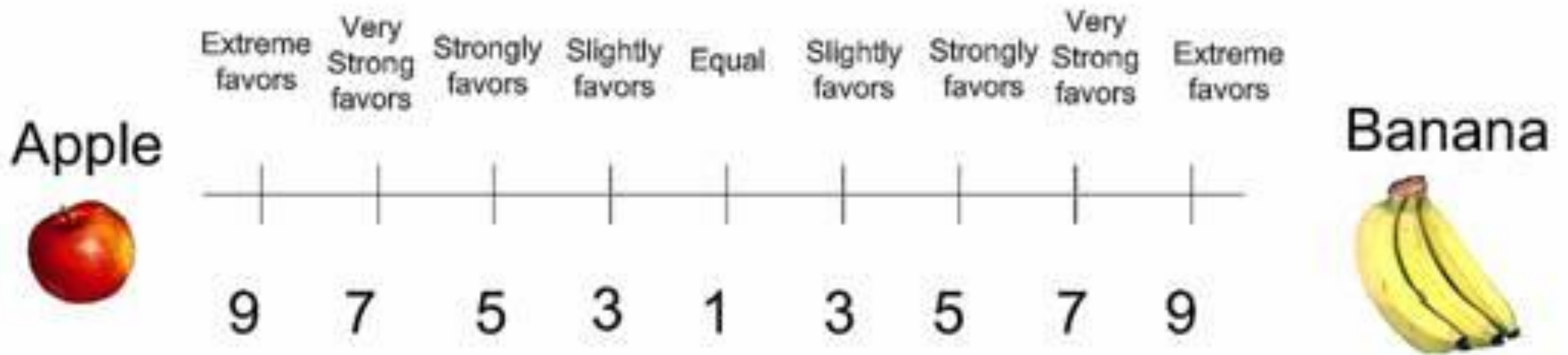
Skala rasio diturunkan dari prinsip **vektor Eigen**

Indeks kekonsistenan diturunkan dari prinsip **nilai Eigen**

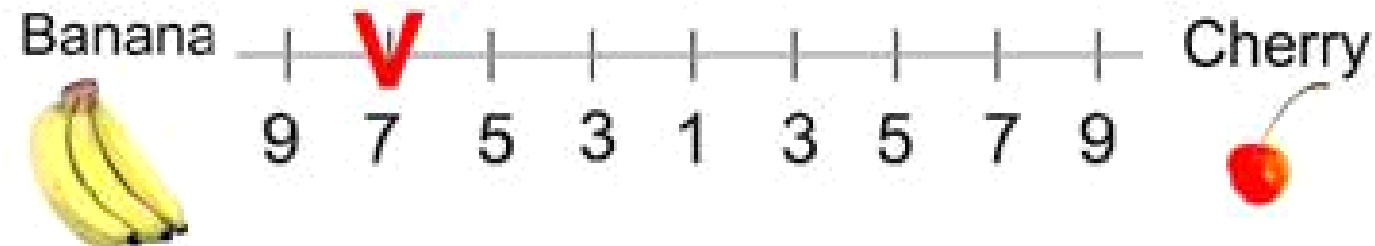
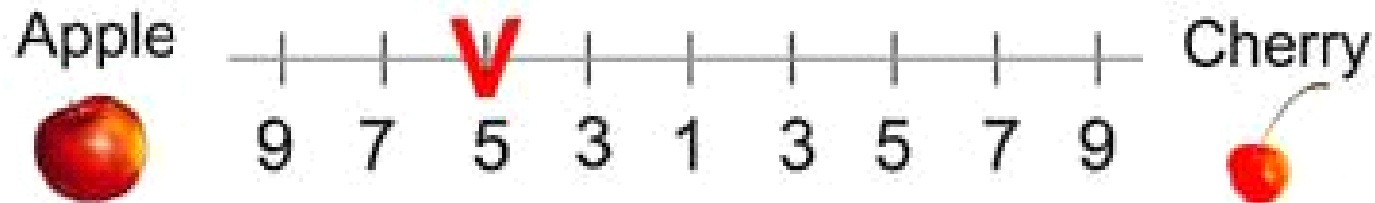
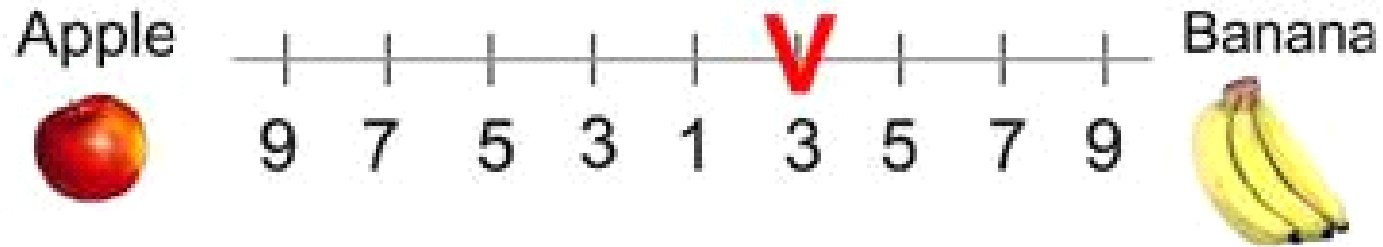
$$\mathbf{Ax} = \lambda \mathbf{x}$$

eigenvector ←      → eigenvalue

Contoh: Ada tiga buah yang akan dipilih oleh Joko untuk dibawa: pisang, apel, cherry. Buah mana yang akan dipilih?



## Tahap 1: Pairwise comparison

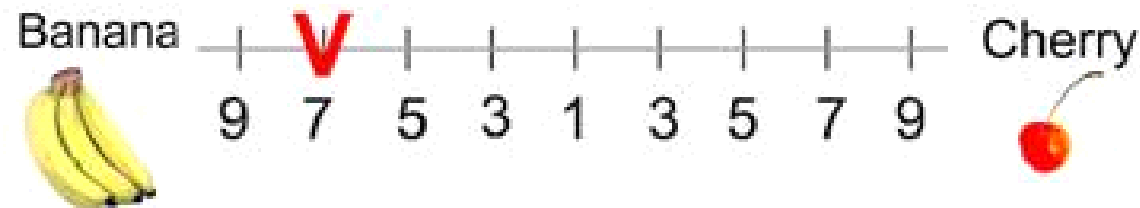
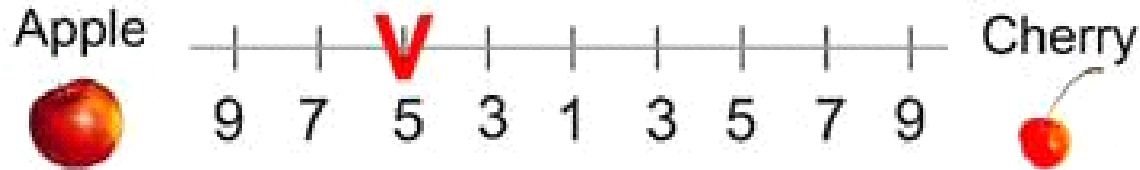
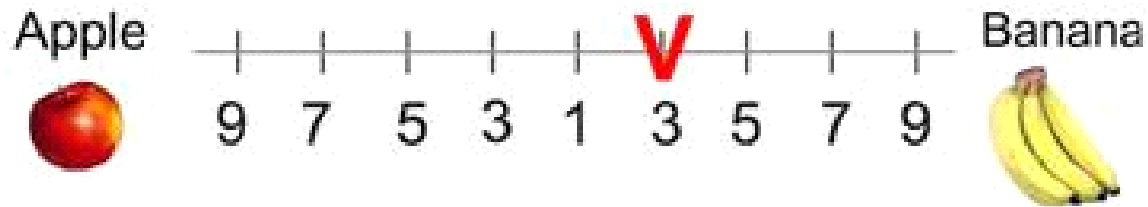


Catatan: Jika ada  $n$  pilihan, maka diperlukan sebanyak  $n(n - 1)/2$  perbandingan

## Tahap 2: Pembentukan matriks perbandingan

Rule:

- *If the judgment value is on the **left** side of 1, we put the **actual judgment value**.*
- *If the judgment value is on the **right** side of 1, we put the **reciprocal value***



$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \textit{apple} & \textit{banana} & \textit{cerry} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \textit{apple} \\ \textit{banana} \\ \textit{cerry} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 5 \\ & 1 & 7 \\ & & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \textit{apple} & \textit{banana} & \textit{cerry} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \textit{apple} \\ \textit{banana} \\ \textit{cerry} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 5 \\ 3 & 1 & 7 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{7} & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Tahap 3: Menentukan vektor prioritas (Menghitung nilai eigen dan vektor eigen)

$$A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 5 \\ 3 & 1 & 7 \\ 1/5 & 1/7 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{det}(\lambda I - A) = 0$$

Setelah dilakukan perhitungan, diperoleh:

1. Nilai eigen  $\lambda_{\max} = 3.0649$

2. Vektor eigen  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2790 \\ 0.6491 \\ 0.0719 \end{bmatrix}$

Apel = 27,9%

Banana = 64,9%

Cherry = 7,1%

## Tahap 4: Menentukan Indeks Konsistensi dan Rasio Konsistensi

Indeks konsistensi:  $CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{3.0967 - 3}{2} = 0.0484$

Table 1 Random Consistency Index (RI)

|    |   |   |      |     |      |      |      |      |      |      |
|----|---|---|------|-----|------|------|------|------|------|------|
| n  | 1 | 2 | 3    | 4   | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
| RI | 0 | 0 | 0.58 | 0.9 | 1.12 | 1.24 | 1.32 | 1.41 | 1.45 | 1.49 |

Rasio konsistensi:  $CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0.0484}{0.58} = 0.083 = 8,3\%$  (acceptable)

Jika  $CR \leq 10\%$ , maka inkonsistensi dapat diterima. Jika  $CR > 10\%$ , maka kita perlu merevisi penilaian subyektif (pairwise comparison)



# Referensi

1. Unknown, *Analytic Hierarchy Process (What is AHP)*