

UTS IF2123 Aljabar Geometri (3 SKS)

Dosen: Rinaldi Munir

Jumat, 23 Oktober 2015

Waktu: 100 menit

1. Berapakah *rank* dari matriks di bawah ini?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \quad (10)$$

2. Kondisi-kondisi apakah yang harus dipenuhi oleh  $b_1$ ,  $b_2$ , dan  $b_3$  agar SPL berikut konsisten?

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 3x_3 &= b_1 \\ 3x_1 - 3x_2 + 9x_3 &= b_2 \\ -2x_1 + 2x_2 - 6x_3 &= b_3 \end{aligned}$$

(jawaban anda kira-kira seperti ini:  $b_1 = 2b_2$ ,  $b_3 = -b_1$ , dll) (10)

3. Jika  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 5$ , berapakah  $\begin{vmatrix} -a & -b & -c \\ 2d & 2e & 2f \\ -g & -h & -i \end{vmatrix}$ ? (10)

4. Buktikan kesamaan  $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\|^2 + \|\mathbf{u} - \mathbf{v}\|^2 = 2\|\mathbf{u}\|^2 + 2\|\mathbf{v}\|^2$  untuk vektor-vektor di  $R^n$ . (15)

5. Untuk nilai riil  $\lambda$  yang manakah vektor-vektor  $\mathbf{u} = (\lambda, -1/2, -1/2)$ ,  $\mathbf{v} = (-1/2, \lambda, -1/2)$ ,  $\mathbf{w} = (-1/2, -1/2, \lambda)$  membentuk himpunan yang tak bebas linier (*linearly dependent*) di dalam  $R^3$ ? (15)

6. Diketahui dua buah vektor di  $R^3$  yaitu  $\mathbf{v} = (-1, 3, 2)$ ,  $\mathbf{w} = (1, 1, -1)$ .

- Carilah vektor  $\mathbf{x}$  sedemikian sehingga  $\mathbf{x} = \mathbf{v} \times \mathbf{w}$ .
- Hitunglah norma vektor  $\mathbf{x}$
- Tentukan jenis sudut yang dibentuk oleh vektor  $\mathbf{v}$  dan  $\mathbf{w}$ , yaitu apakah lancip, tumpul, atau siku-siku?
- Misalkan  $\theta$  adalah sudut yang dibentuk oleh  $\mathbf{v}$  dan  $\mathbf{x}$ , tentukan  $\cos \theta$  (20)

7. Tinjaulah basis  $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$  untuk  $R^3$  yang dalam hal ini  $\mathbf{v}_1 = (1, 2, 3)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (2, 5, 3)$ , dan  $\mathbf{v}_3 = (1, 0, 10)$ . Carilah sebuah rumus untuk transformasi linier  $T : R^3 \rightarrow R^2$  sehingga  $T(\mathbf{v}_1) = (1, 0)$ ,  $T(\mathbf{v}_2) = (1, 0)$ , dan  $T(\mathbf{v}_3) = (0, 1)$ , lalu hitunglah  $T(1, 1, 1)$ . (20)