

Sistem Persamaan Linier:

Sebuah Ilustrasi

IF2123 Aljabar Geometri

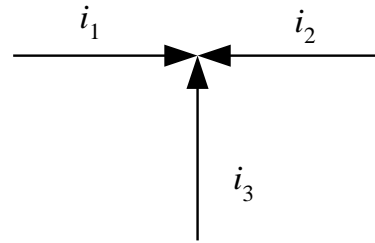
Oleh: Rinaldi Munir

Program Studi Informatika, STEI-ITB

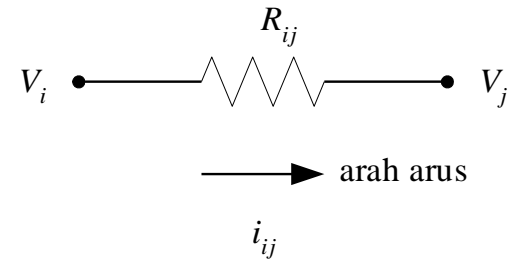
Tinjau sebuah contoh persoalan berikut...

Dalam sebuah rangkaian listrik berlaku hukum-hukum arus Kirchoff menyatakan bahwa jumlah aljabar dari semua arus yang memasuki suatu simpul (Gambar 1a) haruslah nol:

$$\sum i = 0$$



(a)



(b)

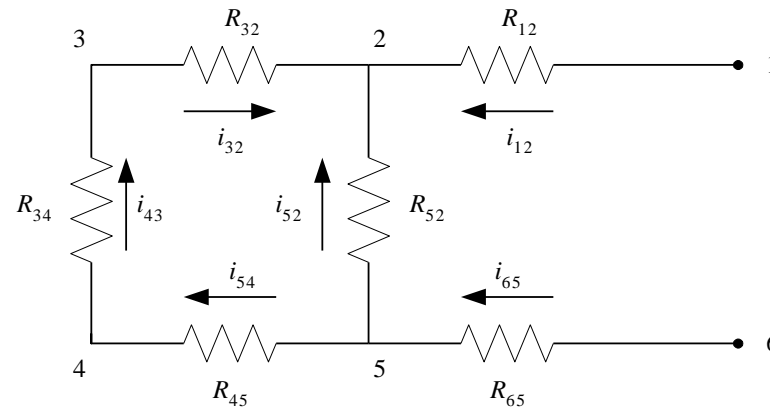
Gambar 1. Hukum Kirchoff dan Hukum Ohm

Dalam hal ini, semua arus i yang memasuki simpul dianggap bertanda positif. Sedangkan hukum Ohm (Gambar 1b) menyatakan bahwa arus i yang melalui suatu tahanan adalah :

$$i_{ij} = \frac{V_i - V_j}{R_{ij}}$$

yang dalam hal ini V adalah tegangan dan R adalah tahanan.

Diberikan sebuah rangkaian listrik dengan 6 buah tahanan seperti pada Gambar 2 [CHA91]. Anda diminta menghitung arus pada masing-masing rangkaian.



Gambar 2. Rangkaian listrik dengan 6 tahanan

Arah arus dimisalkan seperti diatas. Dengan hukum Kirchoff diperoleh persamaan-persamaan berikut :

$$\begin{array}{rclcl}
 i_{12} & + & i_{52} & + & i_{32} & = & 0 \\
 i_{65} & - & i_{52} & - & i_{54} & = & 0 \\
 i_{43} & - & i_{32} & & & = & 0 \\
 i_{54} & - & i_{43} & & & = & 0
 \end{array}$$

Dari hukum Ohm didapat :

$$i_{32} R_{32} - V_3 + V_2 = 0$$

$$i_{43} R_{43} - V_4 + V_3 = 0$$

$$i_{65} R_{65} + V_5 = 0$$

$$i_{12} R_{12} + V_2 = 0$$

$$i_{54} R_{54} - V_5 + V_4 = 0$$

$$i_{52} R_{52} - V_5 + V_2 = 0$$

Dengan menyusun kesepuluh persamaan diatas didapatkan sistem persamaan linier sebagai berikut :

$$\begin{array}{cccccccccc}
 i_{12} & i_{52} & i_{32} & i_{65} & i_{54} & i_{43} & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 \\
 \left[\begin{array}{cccccccccc}
 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & R_{32} & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{43} & 0 & 1 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & R_{65} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 R_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & R_{54} & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\
 0 & R_{52} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1
 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c}
 i_{12} \\
 i_{52} \\
 i_{32} \\
 i_{65} \\
 i_{54} \\
 i_{43} \\
 V_2 \\
 V_3 \\
 V_4 \\
 V_5
 \end{array} \right] & = & \left[\begin{array}{c}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 V_6 \\
 V_1 \\
 0 \\
 0
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

Tentukan

$$i_{12}, i_{52}, i_{32}, i_{65}, i_{54}, i_{43}, V_2, V_3, V_4, V_5$$

bila diketahui

$$R_{12} = 5 \text{ ohm}, \quad R_{52} = 10 \text{ ohm}, \quad R_{32} = 10 \text{ ohm}$$

$$R_{65} = 20 \text{ ohm}, \quad R_{54} = 15 \text{ ohm}, \quad R_{14} = 5 \text{ ohm.}$$

$$V_1 = 200 \text{ volt}, \quad V_6 = 0 \text{ volt.}$$