

Penerapan Sistem Persamaan Lanjar dalam Untung Rugi Pemilik dalam Penetapan Pembagian Hasil dari Keuntungan Perusahaan

Jeremia Kavin Raja Parluhutan (13514060)
Program Studi Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13514060@std.stei.itb.ac.id

Abstract—Banyaknya perusahaan keluarga yang memiliki keuntungan yang dibagi bersama. Terkadang, hal itu akan menimbulkan konflik di dalam keluarga. Perusahaan menjadi tidak terurus dan bangkrut. Oleh karena itu, dibutuhkan solusi untuk membagi keuntungan antar pihak pemilik perusahaan. Penulis membuatnya dengan memanfaatkan sistem persamaan lanjar. Caranya adalah dengan membuat matriks mengenai yang diambil sebelumnya, kemudian diambil solusinya untuk menentukan berapa persen kah yang diambil masing-masing pemilik.

Kata kunci—Perusahaan keluarga, eliminasi Gauss-Jordan, Pembagian hasil, dan Keuntungan

I. PENDAHULUAN

Banyak perusahaan yang merupakan perusahaan keluarga yang keuntungannya dibagi bersama. Perusahaan tersebut biasanya yang banyak didirikan di Indonesia

Perusahaan yang baik tentunya diminati oleh banyak konsumen. Konsumen yang semakin banyak, membuat produksi dan karyawan yang dibutuhkan semakin banyak. Keuntungan yang didapat pun bertambah meskipun hanya sedikit karena dikurangi dengan biaya produksi dan gaji karyawan yang semakin besar.

Ketika banyaknya keuntungan yang diterima, banyak pemilik perusahaan keluarga biasanya ribut antara anggota keluarga. Hal ini terjadi karena biasanya pembagian dinilai tidak adil. Terkadang pembagian keuntungan bukan dengan persen, tetapi karena pembagian keuntungan dengan uang yang dibutuhkan oleh pihak yang satu dan yang lainnya.

Karena susahnya menentukan persen dari uang yang diambil masing-masing pihak, sementara uang yang diambilnya berbeda, maka penulis menyarankan suatu cara yang pas untuk menemukan persenan pembagian hasil dari pendapatan yang selalu berubah-ubah. Cara yang ditemukan penulis adalah dengan menggunakan prinsip sederhana dari sistem persamaan lanjar. Prinsip yang digunakan dalam hal ini, antara lain matriks, operasi baris elementer, eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan,

dan tatancang pemrosan.

$$A_{m \times n} = \begin{matrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} & \begin{matrix} \longrightarrow \text{baris 1} \\ \longrightarrow \text{baris 2} \\ \\ \longrightarrow \text{baris } m \end{matrix} \\ \begin{matrix} \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \end{matrix} & \begin{matrix} \text{kolom 1} & \text{kolom 2} & & \text{kolom } n \end{matrix} \end{matrix}$$

Sumber:

https://nitarianti.files.wordpress.com/2011/11/matriks_4.jpg

II. TEORI SINGKAT MENGENAI SISTEM PERSAMAAN LANJAR

A. Sistem Persamaan Lanjar

Sistem persamaan lanjar adalah persamaan-persamaan yang diatur dari beberapa variabel yang linear (lanjar). Ciri khas dari sistem persamaan lanjar adalah dengan adanya variabel-variabel dan variabel tersebut berpangkat satu (linear). Sistem persamaan lanjar dapat diubah representasinya menjadi representasi matriks. Berikut ini adalah contoh pengubahannya.

$$x + 2y = 3 \dots(1)$$

$$2x - 3y = 7 \dots(2)$$

Sistem persamaan lanjar tersebut dapat diubah menjadi matriks sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

B. Matriks Augmented, Eselon, Eselon tereduksi

Matriks augmented adalah matriks yang berisi gabungan antara koefisien variabel-variabel yang ada ditambah dengan konstanta hasil dari persamaan. Matriks augmented dari sistem persamaan lanjar di atas adalah

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 7 \end{pmatrix}$$

Matriks Eselon adalah matriks yang berisi nol, satu utama, dan bilangan lainnya, dimana satu utama pada suatu baris terletak lebih kanan dari satu utama di atasnya, dan di sebelah kiri satu utama berisi angka 0. Contoh matriks eselon adalah sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} 1 & x & x & x & x \\ 0 & 1 & x & x & x \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriks Eselon tereduksi adalah matriks eselon yang di sebelah kanan satu utama terdapat angka 0. Contoh matriks eselon tereduksi adalah sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x \end{pmatrix}$$

C. Operasi Baris Elementer

Operasi baris elementer atau OBE adalah operasi-operasi dasar pada baris matriks, yang isinya adalah sebagai berikut.

1. Suatu baris dapat dikurangi dengan k kali baris lainnya
2. Suatu baris dapat dikali/dibagi dengan suatu k
3. Suatu baris dapat ditukarkan dengan baris lainnya

D. Eliminasi Gauss

Eliminasi Gauss adalah cara untuk mengoperasikan baris-baris matriks untuk menghasilkan matriks eselon. Cara ini ditemukan oleh Carl Friedrich Gauss. Eliminasi Gauss menggunakan Operasi Baris Elementer hingga berkali-kali sehingga dihasilkan matriks eselon. Ketika sudah ditemukan matriks eselon, harus dilakukan penyulihan mundur sehingga ditemukan nilai dari masing-masing variabel.

E. Eliminasi Gauss-Jordan

Eliminasi Gauss-Jordan adalah modifikasi eliminasi Gauss oleh Wilhelm Jordan. Caranya sama seperti eliminasi Gauss, tetapi saat mencapai matriks eselon, Operasi Baris Elementer terus dilakukan sehingga didapatkan matriks eselon tereduksi. Pada matriks hasil, tidak ada angka bukan-nol selain satu utama dan angka-angka pada kolom terakhir. Karena nilai dari masing-masing variabel sudah ditemukan, tidak diperlukan lagi penyulihan mundur.

F. Hasil Akhir Eliminasi Gauss

Setelah mengoperasikan matriks dengan eliminasi Gauss, akan diperoleh matriks eselon yang bentuknya merepresentasikan hasil akhir dari Sistem Persamaan

Lanjur. Ada tiga kemungkinan bentuk matriks eselon yang terbentuk akibat eliminasi Gauss pada matriks augmented.

1. Matriks eselon masih terdapat angka non-satu utama pada kolom terakhir di masing-masing baris. Bentuk ini menunjukkan bahwa terdapat **solusi unik** dari sistem persamaan linjar. Contoh dari bentuk ini adalah sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} 1 & x & x & x & x \\ 0 & 1 & x & x & x \\ 0 & 0 & 1 & x & x \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x \end{pmatrix}$$

2. Matriks eselon yang terdapat baris yang isinya semuanya nol. Bentuknya menunjukkan bahwa terdapat **banyak solusi** dalam sistem persamaan linjar ini. Contoh matriks ini seperti yang terdapat di bawah ini.

$$\begin{pmatrix} 1 & x & x & x & x \\ 0 & 1 & x & x & x \\ 0 & 0 & 1 & x & x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Matriks eselon yang pada baris terakhir, satu utama terletak pada kolom terakhir. Bentuk ini menunjukkan bahwa **tidak ada solusi** dari sistem persamaan linjar ini. Contoh dari matriks ini seperti yang terdapat di bawah ini.

$$\begin{pmatrix} 1 & x & x & x \\ 0 & 1 & x & x \\ 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

G. Tataancang Pemrosesan

Untuk menghindari adanya galat (*error*) dalam perhitungan eliminasi Gauss dan eliminasi Gauss-Jordan, maka dilakukan tataancang pemrosesan (*pivoting strategy*). Tataancang pemrosesan sangatlah sederhana, yaitu memindahkan baris yang nilai di belakang satu utamanya terbesar menjadi baris di atas dari baris lainnya sesuai aturan matriks eselon.

III. PENETAPAN PEMBAGIAN KEUNTUNGAN PERUSAHAAN DENGAN SISTEM PERSAMAAN LANJAR

A. Sistem Persamaan Lanjar

Pada saat menetapkan pembagian keuntungan perusahaan, kita dapat menggunakan sistem persamaan linjar. Sebagai contoh, ada perusahaan PT ITB yang dimiliki oleh tiga orang bersaudara, yaitu A, B, dan C. Keuntungan di bulan pertama adalah Rp300.000.000,-. Pada keuntungan di bulan pertama, A mengambil Rp125.000.000,-, B mengambil Rp75.000.000,-, dan C mengambil sisanya yakni Rp100.000.000,-. Keuntungan

di bulan kedua adalah Rp450.000.000,-, A mengambil Rp150.000.000,-, B mengambil Rp150.000.000,-, dan C mengambil Rp150.000.000,-. Keuntungan di bulan ketiga adalah Rp250.000.000,-, A mengambil Rp100.000.000,-, B mengambil Rp75.000.000,-, dan C mengambil Rp75.000.000,-

Dari batasan tersebut, dapat dibuat sistem persamaan linier sebagai berikut.

**)dalam sistem persamaan linier di bawah ini, dipakai satuan juta Rupiah*

$$\begin{aligned} 125A + 75B + 100C &= 300 \\ 150A + 150B + 150C &= 450 \\ 100A + 75B + 75C &= 250 \end{aligned}$$

B. Eliminasi Gauss dan Eliminasi Gauss-Jordan

Dari sistem persamaan linier tersebut dapat dibuat matriks augmented sebagai berikut

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 125 & 75 & 100 & 300 \\ 150 & 150 & 150 & 450 \\ 100 & 75 & 75 & 250 \end{array} \right)$$

Kita dapat mengeliminasi Gauss matriks di atas menjadi

$$\left\{ \begin{array}{ccc|c} 1 & 3/5 & 4/5 & 12/5 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3/4 & 3/4 & 5/2 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3/5 & 4/5 & 12/5 \\ 1 & 3/4 & 3/4 & 5/2 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -2/5 & -1/5 & -3/5 \\ 0 & -1/4 & -1/4 & 1/10 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1/2 & 3/2 \\ 0 & 1 & 1 & -2/5 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1/2 & 3/2 \\ 0 & 0 & -1/2 & -19/10 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1/2 & 3/2 \\ 0 & 0 & 1 & 19/5 \end{array} \right\}$$

Kemudian kita dapat mengeliminasi Gauss-Jordan dari matriks di atas.

$$\left\{ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & -4/5 \\ 0 & 1 & 0 & -2/5 \\ 0 & 0 & 1 & 19/5 \end{array} \right\}$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & -2/5 \\ 0 & 1 & 0 & -2/5 \\ 0 & 0 & 1 & 19/5 \end{array} \right)$$

Dari perhitungan di atas ditemukan bahwa A rata-rata mendapatkan $-2/5$ atau -40% dari keuntungan, B rata-rata mendapatkan $-2/5$ atau -40% dari keuntungan, dan C mendapatkan $19/5$ atau 380% dari keuntungan.

C. Simpulan bagi Perusahaan

Bagi PT ITB, setelah diperhitungkan rata-ratanya, A selalu mendapat bagian yang berkurang terus karena rata-rata yang dia ambil adalah -40% . B jugalah seperti demikian selalu mendapat bagian yang berkurang terus karena rata-rata yang dia ambil adalah -40% . C mendapatkan 380% dari keuntungan.

Bagi perusahaan tersebut, seharusnya A, B, dan C tidak mendapat keuntungan yang cenderung tetap persennya dan tidak berkurang atau bertambah sehingga tidak timbul konflik antara A, B, dan C

IV. KESIMPULAN

Penetapan untung ruginya pemilik dalam pembagian hasil keuntungan perusahaan bisa diselesaikan dengan sistem persamaan linier, eliminasi Gauss, dan eliminasi Gauss-Jordan. Tetapi, hal ini hanya sekedar mengetahui apakah masing-masing pemilik untung atau rugi. Diperlukan konsultan yang tepat untuk menentukan berapa persen tepatnya yang diterima masing-masing pemilik.

V. ACKNOWLEDGMENT

Terima kasih kepada Tuhan Yesus Kristus buat segala kasih karunia-Nya, penulis dapat menyelesaikan karya tulis ini dengan baik. Terima kasih kepada orang tua yang sudah mendoakan penulis sampai saat ini bisa berkuliah di jurusan Teknik Informatika ITB. Terima kasih kepada dosen IF2123, Pak Rinaldi dan Pak Judhi, atas segala bimbingannya selama ini.

REFERENSI

- [1] Gilbert Strang, *Introduction to Linear Algebra*, 3rd ed. vol. 3, Wellesly: Wellesly-Cambridge Press, 2003.
- [2] <https://aimprof08.wordpress.com/2012/04/14/operasi-baris-elementer/> diakses pada tanggal 13 Desember 2015 pukul 21.30 WIB

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 27 November 2015



Jeremia Kavin Raja Parluhutan - 13514060