

# Aplikasi Interpolasi Polinom dalam Tipografi

Muhammad Farhan Majid (13514029)  
Program Studi Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia  
13514029@std.stei.itb.ac.id

**Abstrak**—Interpolasi polinom digunakan untuk melakukan aproksimasi pada sekumpulan data dengan membentuk polinom yang memprediksi tren dari data-data tersebut. Banyak aplikasi dari Aljabar Geometri pada bidang tipografi. Salah satunya adalah Optical Character Recognition (OCR) yang membuat komputer dapat mengenali tulisan cetak sebagai bahasa mesin. Penulis ingin melakukan pendekatan lain dalam menyelesaikan masalah pengenalan tulisan cetak ini, yakni dengan menggunakan interpolasi polinom.

**Kata Kunci**—Aljabar Geometri, Interpolasi Polinom, Metode Numerik, Tipografi

## I. PENDAHULUAN

Banyak persoalan di dalam bidang matematika yang menghasilkan perhitungan yang presisi dan benar menjawab persoalan tersebut. Persoalan-persoalan tersebut kita katakan, diselesaikan menggunakan metode analitik. Metode analitik digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang muncul di dalam bidang matematika menggunakan rumus dan teorema yang telah baku di dalam matematika [1].

Berlawanan dengan metode analitik, banyak pula persoalan di dalam matematika yang diselesaikan dengan **metode numerik**. Sebuah solusi pemecahan masalah dikatakan diselesaikan dengan metode numerik apabila persoalan tersebut diselesaikan menggunakan pendekatan aproksimasi (penghampiran) hanya dengan memakai operasi aritmatika biasa. Operasi aritmatika yang dimaksud di antaranya operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

Metode numerik telah digunakan untuk menyelesaikan berbagai macam permasalahan selama berabad-abad [2]. Salah satu penerapannya adalah dalam bidang **tipografi**. Pada zaman dahulu, tipografi sering dihubungkan dengan desain dan industri percetakan [3]. Walaupun demikian, dengan berkembangnya teknologi saat ini, tipografi memiliki definisi yang lebih luas lagi. Tipografi sekarang digunakan untuk menunjukkan karya tulis apapun dan tidak terbatas oleh karya yang diciptakan oleh orang yang berkecimpung di bidang ini (disebut *tipografer/typographer*). Saat ini, semua orang adalah seorang tipografer.

Telah dikatakan bahwa metode numerik berperan di dalam tipografi. Hal ini dibuktikan dengan digunakannya **interpolasi polinom** di dalam mendeteksi bentuk-bentuk

tulisan di dalam tipografi. Interpolasi polinom adalah salah satu bentuk umum dari interpolasi linier. Kita dapat mempermudah pemahaman kita tentang interpolasi sebagai cara kita untuk melakukan sebuah estimasi. Misalkan diberikan sekumpulan pasangan titik di dalam bidang *Cartesian* dua dimensi, maka kita melakukan interpolasi dengan mencari aproksimasi persamaan linier yang melewati pasangan titik tersebut. Interpolasi secara umum bertujuan untuk melakukan prediksi atau mencari tren menggunakan data yang telah diperoleh sebelumnya.

Pada interpolasi linier, dihasilkan persamaan linier yang hanya memiliki gradien. Biasanya kita menunjukkan sebuah persamaan linier sebagai berikut

$$y = mx + n \quad (1.1)$$

dimana  $m$  dan  $n$  adalah konstanta pada bidang  $x$ - $y$ . Sedangkan pada interpolasi polinom, dihasilkan persamaan dengan derajat lebih dari dua. Keuntungan menggunakan interpolasi polinom, antara lain dapat menghasilkan aproksimasi titik maksimum lokal dan minimum lokal. Interpolasi linier tidak dapat menghasilkan titik maksimum atau minimum lain di luar data yang diberikan.

## II. INTERPOLASI POLINOM

### A. Definisi

Jika diberikan  $n + 1$  buah titik  $(x_i, y_i)$ , dimana tidak ada dua  $x_i$  yang sama, maka dapat dicari sebuah polinom  $p$  berderajat maksimal  $n$ . Polinom yang dihasilkan adalah

$$y_i = p_n(x_i) \quad \text{untuk } i = 0, 1, \dots, n$$

Polinom yang terbentuk dapat digunakan untuk menentukan aproksimasi nilai  $y$  pada suatu nilai  $x_a$ , yakni  $y = p_n(x_a)$ .

Perhatikan persoalan berikut. Jika diberikan titik-titik pada Tabel I. Tentukan polinom interpolasi kuadratik dan estimasi nilai fungsi di  $x = 9.2$ .

x	y
8,0	2,0794
9,0	2,1972
9,5	2,2513

Tabel I Data awal

Kita dapat menyelesaikannya dengan menggunakan interpolasi polinom derajat dua (interpolasi kuadratik). Perlu diperhatikan sebelumnya bahwa sesuai definisi interpolasi polinom sebelumnya polinom yang dihasilkan memiliki maksimal derajat dua, yakni  $n - 1 = 3 - 1 = 2$ .

Polinom yang terbentuk memiliki bentuk sebagai berikut:

$$p_2(x) = y(x) = a.x^2 + b.x + c \quad (2.1)$$

Hal yang pertama kali dilakukan adalah membentuk persamaan linier dari data awal yang dimiliki. Dengan melakukan substitusi terhadap masing-masing variabel, kita memperoleh tiga buah persamaan linier, yakni:

$$2,0794 = 64,00 a + 8,0 b + c \quad (2.2)$$

$$2,1972 = 81,00 a + 9,0 b + c \quad (2.3)$$

$$2,2513 = 90,25 a + 9,5 b + c \quad (2.4)$$

Salah satu cara yang sederhana untuk menyelesaikan sistem persamaan linier di atas adalah dengan mengubahnya ke dalam bentuk matriks yang diperbesar (*augmented matrix*). Pada sistem persamaan linier ini, kita memperoleh matriks yang diperbesar sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} 64,00 & 8,0 & 1 & 2,0794 \\ 81,00 & 9,0 & 1 & 2,1972 \\ 90,25 & 9,5 & 1 & 2,2513 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Dengan menggunakan metode Eliminasi Gauss atau Eliminasi Gauss-Jordan, kita memperoleh

$$a = -0,0064; b = 0,2266; \text{ dan } c = 0,6762.$$

Sehingga polinom yang diperoleh adalah

$$p_2(x) = y(x) = -0,0064x^2 + 0,2266x + 0,6762 \quad (2.6)$$

dan

$$p_2(9,2) = 2,219$$

### B. Aplikasi

Hasil yang diperoleh pada perhitungan menggunakan interpolasi adalah aproksimasi. Nilai tersebut bukan merupakan nilai yang pasti. Meskipun begitu, banyak aplikasi yang dapat diterapkan menggunakan interpolasi polinom. Salah satunya, yang akan dibahas pada tulisan ini, adalah aplikasinya dalam bidang tipografi. Pada kasus ini,

interpolasi digunakan untuk melakukan aproksimasi terhadap kurva-kurva tidak sederhana untuk mengenali bentuk-bentuk dari huruf atau symbol pada tipografi.

Aplikasi lain dari interpolasi polinom yang telah dicontohkan sebelumnya adalah untuk melakukan prediksi dari data yang telah ada sebelumnya.

## III. TIPOGRAFI

### A. Definisi

Tipografi diambil dari dua kata dalam bahasa Yunani, yakni  $\tau\acute{\upsilon}\rho\omicron\varsigma$  *typos* "bentuk" atau "impresi" dan  $\gamma\rho\acute{\alpha}\phi\epsilon\iota\nu$  *graphein* "untuk menulis".

Tipografi meliputi teknik pengaturan simbol-simbol yang legit dan dapat dibaca. Simbol yang dimaksudkan di sini bisa berupa huruf alfabet (A, B, C, ..., Z), angka (0, 1, 2, 3, ...), dan lain sebagainya. Kita akan menggunakan huruf alfabet sebagai contoh dalam tulisan ini.

Dengan berkembangnya teknologi digital beberapa tahun terakhir, tulisan-tulisan dapat dinikmati melalui layar digital dan dengan mudah diakses oleh banyak kalangan.

Ada kalanya juga kita ingin memindahkan tulisan yang kita buat di kertas untuk dimasukkan ke dalam komputer. Terdapat banyak cara untuk melakukan analisis tipografi yang dapat mengenali simbol-simbol yang ditulis menggunakan tangan agar dapat dimengerti oleh komputer.

Salah satu cara yang paling populer adalah *Optical Character Recognition (OCR)*. *OCR* membuat kita dapat mengubah tulisan cetak atau tangan menjadi teks yang dapat dimengerti komputer.

## IV. PENERAPAN INTERPOLASI DI DALAM TIPOGRAFI

Pengenalan simbol cetak oleh komputer membutuhkan algoritma yang rumit untuk mengenali tulisan tangan manusia yang tidak konsisten. *OCR* yang telah ada saat ini telah banyak berkembang dan diterapkan dalam banyak bidang, yakni *pattern recognition*, *artificial intelligence*, dan *computer vision* [5].

Penulis ingin membuat pendekatan lain dalam melakukan deteksi simbol oleh komputer. Cara yang digunakan, yakni dengan menggunakan interpolasi polinom.

Misalkan diketahui sebuah tulisan seperti pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Alfabet *Lucinda* [4]

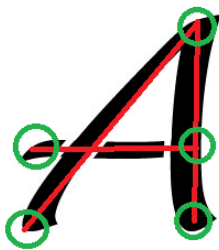
Kita akan mengambil salah satu simbol alfabet pada Gambar 4.1 sebagai contoh.

Misalkan kita memilih huruf 'A' sebagai contoh. Untuk dapat mengenali huruf 'A', kita harus terlebih dahulu membagi huruf tersebut ke dalam beberapa bagian. Perhatikan Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Huruf 'A' [4]

Jika kita perhatikan, huruf tersebut memiliki beberapa komponen utama yang penting, yakni tiga buah garis atau kurva seperti yang tampak pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3 Komponen utama pada huruf 'A' [4]

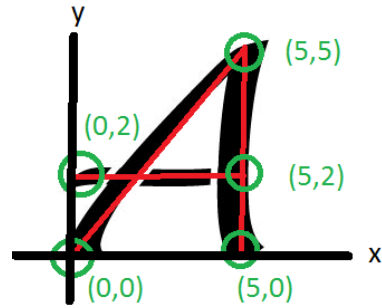
Garis merah menandakan komponen utama dari huruf 'A' yang kita miliki. Bisa dilihat bahwa garis yang kita buat tidak mengikuti secara persis kurva-kurva yang dibuat oleh huruf 'A' ini, melainkan hanya membuat garis-garis lurus yang umum dalam menuliskan huruf 'A'.

Lingkaran hijau yang terdapat pada Gambar 4.3 merupakan titik mulai atau titik berhenti dari komponen garis yang kita miliki. Titik-titik ini selalu ada di dalam simbol yang sedang kita baca, apabila simbol tersebut merupakan huruf 'A'. Garis-garis dan titik-titik yang dibaca tidak harus sama persis dengan yang terdapat pada

Gambar 4.3. Akan tetapi, kita membuat prediksi bahwa simbol yang sedang dibaca adalah huruf 'A'.

Dengan mengasumsikan bahwa komputer dapat menentukan 'titik-titik' ini dalam sebuah gambar, kita dapat menyimpan koordinat-koordinat dari titik-titik ini. Dengan begitu, pada contoh Gambar 4.3, misalkan komputer dapat membaca enam buah titik yang membentuk simbol tersebut.

Dengan mudah kita dapat mentabulasikan titik-titik tersebut dan memulai analisis numerik kita. Perhatikan huruf 'A' yang telah dibaca pada Gambar 4.4.



Gambar 4.4 Huruf 'A' dengan koordinat titik [4]

Tabel yang terbentuk dapat diperhatikan pada Tabel II.

x	y
0	0
5	5
x	y
0	2
5	2
x	y
5	5
5	0

Tabel II Titik-titik dari huruf 'A'

Kita membagi tabel menjadi tiga bagian, yakni garis  $(0,0) - (5,5)$ , garis  $(0,2) - (5,2)$ , dan garis  $(5,5) - (5,0)$ . Dengan menggunakan interpolasi polinom, kita dapat menemukan sistem persamaan linier sebagai berikut:

$$0 = 0.a + b \quad (4.1)$$

$$5 = 5.a + b \quad (4.2)$$

$$2 = 0.a + b \quad (4.3)$$

$$2 = 5.a + b \quad (4.4)$$

$$5 = 5.a + b \quad (4.5)$$

$$0 = 5.a + b \quad (4.6)$$

Sistem persamaan linier yang kita miliki berderajat satu, karena garis-garis yang membentuk huruf 'A' paling banyak memiliki dua titik.

Selanjutnya, kita mengubah sistem persamaan linier berikut menjadi berbentuk matriks yang diperbesar.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 1 & 5 \\ 5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Dengan menggunakan Eliminasi Gauss kita dapat memperoleh persamaan sebagai berikut:

$$y(x) = 5x \quad (4.10)$$

$$y(x) = 2 \quad (4.11)$$

$$x = 5 \quad (4.12)$$

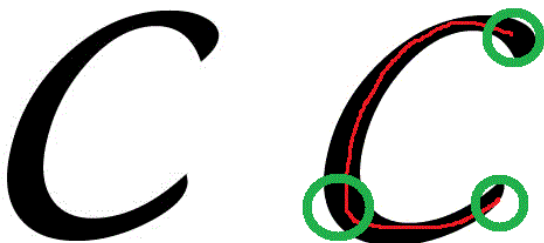
Persamaan-persamaan inilah yang nantinya kita bandingkan dengan persamaan-persamaan yang membentuk sebuah simbol. Misalkan, komponen-komponen yang membentuk huruf 'A' seharusnya tidak jauh berbeda dengan persamaan yang kita peroleh di sini.

Akan tetapi, perlu diperhatikan bahwa, misalkan pada kasus ini, hal yang harus dibandingkan adalah gradien dari persamaan-persamaan tersebut. Mungkin saja garis yang kita baca tidak berada di awal tulisan. Dengan begitu, komputer tetap dapat mengenali huruf 'A' yang memiliki bermacam-macam koordinat. □

Contoh yang kita buat masih belum dapat menggambarkan interpolasi polinom yang menjadi topic utama tulisan ini. Untuk urusan kesederhanaan, huruf 'A' dipilih karena bentuknya yang sederhana.

Untuk simbol-simbol yang lebih rumit, kita mungkin akan menemui polinom-polinom berderajat tinggi. Yang perlu dilakukan dalam menyelesaikan simbol-simbol seperti ini adalah sama persis dengan langkah-langkah yang telah ditunjukkan di atas untuk membaca huruf 'A'.

Hanya saja, dibutuhkan persamaan yang lebih panjang daripada sebelumnya. Perhatikan Gambar 4.5.



Gambar 4.5 Huruf 'C' [4]

Gambar 4.5 menggambarkan huruf 'C' yang misalnya akan kita baca. Agar komputer dapat mengenali huruf ini, dibutuhkan tingkat kecerdasan komputer yang melebihi komputasi pada pembacaan huruf 'A'. Hal ini disebabkan oleh salah satunya terdapat titik temu yang harus dibaca (paling kiri gambar kanan) yang bukan merupakan titik

akhir atau titik mulai komponen simbol.

Terdapat kemungkinan bahwa komputer hanya akan mengenali dua titik mulai dan akhir. Dan kita akan mempunyai persamaan linier dari kedua titik tersebut.

Dengan asumsi bahwa, komputer dapat mengenali titik-titik yang dibutuhkan dalam melakukan interpolasi, kita dapat melakukan komputasi yang sama seperti sebelumnya. □

Banyak asumsi yang digunakan penulis dalam membuat penyelesaian dari masalah ini. Hal ini dilakukan untuk dapat sepenuhnya menggunakan teori-teori dasar Aljabar Geometri. Hal itu menyebabkan banyaknya celah kesalahan yang mungkin ditemukan oleh pembaca.

Kekurangan-kekurangan tersebut antara lain ada kemungkinan bahwa sistem tidak dapat mengenali tulisan tangan yang tidak terlalu rapi. Juga metode pencarian titik-titik penting dari simbol yang mungkin tidak dapat dijelaskan dengan baik oleh penulis.

Penulis berharap dapat memberikan pandangan baru tentang sistem pembacaan simbol pada tipografi. Semoga pembaca dapat memperoleh manfaat sebanyak mungkin dan memberikan kritik atau masukan kepada penulis.

## VI. KESIMPULAN

Metode pengenalan simbol pada tipografi yang penulis tunjukkan pada tulisan ini merupakan salah satu usaha penulis untuk menerapkan dasar-dasar bidang Aljabar Geometri, yakni sistem persamaan linier, matriks, dan metode Eliminasi Gauss/Gauss-Jordan, untuk menyelesaikan permasalahan yang praktis. Dengan berkembangnya teknologi digital, tipografi sudah menjadi kegiatan yang dilakukan setiap orang saat ini, misalnya seorang mahasiswa membuat Tugas Akhir untuk menyelesaikan pendidikan S1 atau seorang karyawan yang mengirimkan pesan melalui e-mail. Oleh karena itu, penulis merasa perlu untuk melakukan pembahasan di dalam bidang ini.

## VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa atas selesainya pembuatan tulisan ini. Tidak lupa, penulis berterima kasih kepada dosen mata kuliah IF2123 Aljabar Geometri, yakni Dr. Ir. Rinaldi Munir, MT. dan Drs. Judhi Santoso, M.Sc. yang telah memberikan materi dan bimbingan, baik di dalam maupun di luar kelas, yang bermanfaat dalam pembuatan tulisan ini. Masih banyak kekurangan yang terdapat di dalam tulisan ini untuk ditelaah lebih lanjut dan diperbaiki kesalahannya.

## REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. *Aplikasi Aljabar Lanjar pada Metode Numerik*. <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2015-2016/algeo15-16.htm>. Diakses pada 15 Desember 2015.
- [2] <http://it.stlawu.edu/~dmelvill/mesomath/tablets/YBC7289.html>. Diakses pada 15 Desember 2015.
- [3] Jury, David. 2006. *What is Typography?*. Switzerland: RotoVision Book.
- [4] <http://www.spraypaintstencils.com/alphabetstencils/Lucinda-Handwriting-image.gif>. Diakses tanggal 15 Desember 2015.
- [5] Schantz, Herbert F. (1982). *The history of OCR, optical character recognition*. [Manchester Center, Vt.]: Recognition Technologies Users Association. ISBN 9780943072012.
- [6] Anton, Howard. 2010. *Elementary Linear Algebra Applications* Version 10<sup>th</sup> Edition. John Wiley & Sons, Inc.

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 15 Desember 2015



Muhammad Farhan Majid (13514029)