

Aplikasi Aljabar Vektor bagi Pengembang *Game* (*Game Developer*)

Joshua Salimin 13514001
Program Studi Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13514001@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Makalah ini akan membahas salah satu aplikasi vektor di dalam bidang informatika yang digunakan untuk membuat suatu *game* sederhana bagi para pengembang *game* atau *game developer*. *Game* adalah suatu program permainan yang bertujuan untuk menyenangkan para pemakai atau penggunanya (*user*). Dengan memanfaatkan suatu vektor, maka pengembang *game* dapat lebih mudah untuk menciptakan suatu *game*. Hal ini disebabkan dengan menerapkan vektor pada suatu *game* dapat memberikan serta menyimpan informasi posisi, arah, kecepatan, dan percepatan objek *game* di dalam *game* tersebut. Lalu dengan memanfaatkan penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan lain-lain pada vektor, pengembang *game* dapat melakukan perhitungan sedemikian rupa sehingga *game* dapat berjalan sesuai keinginan pengembang *game* tersebut.

Kata kunci— Aljabar Geometri, Pengembang *Game* (*game developer*), Sistem Persamaan Lanjar, Vektor.

I. LATAR BELAKANG

Perkembangan teknologi pada abad ke-21 ini mengalami kemajuan yang sangat pesat. Dengan kemajuan teknologi tersebut, perkembangan internet turut ikut mengalami kemajuan. Dengan mudahnya mengakses internet para pengembang *game* atau *game developer* dapat mengunggah hasil *game* karya mereka di internet seperti di *platform*, *Play Store*(*Android*) , *Apps Store* (*iOS*), dan lain-lain untuk disebar kepada para pengguna gawai untuk dinikmati baik secara gratis atau berbayar.

Makalah ini berisi informasi dasar aplikasi aljabar vektor bagi pengembang *game* atau *game developer* yang dapat membantu Anda untuk memahami penggunaan vektor di dalam suatu *game* sederhana. Jika dalam suatu *game* melibatkan posisi tombol pada layar, arah kamera, atau kecepatan mobil balap maka Anda harus menggunakan aplikasi aljabar pada vektor. Semakin Anda memahami aljabar linear dan aplikasi vektor maka Anda dapat menggunakan aplikasi vektor tersebut pada *game* sederhana yang akan Anda buat.

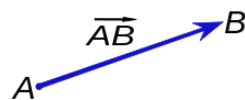
Judul makalah ini sengaja dipilih untuk menarik perhatian para pemain (*gamer*) Indonesia untuk lebih peduli betapa sulitnya untuk membuat *game* sehingga para pemain (*gamer*) Indonesia tidak membajak *game-game* berbayar. Selain itu di Indonesia, pengembang *game*

(*game developer*) sangat sedikit jika dibandingkan dengan para pemain (*gamer*). Dengan adanya makalah ini diharapkan para pemain di Indonesia mau beralih menjadi para pengembang *game* untuk memperbanyak *game-game* buatan anak bangsa Indonesia.

II. LANDASAN TEORI

2.1 Vektor ^[1]

Vektor di dalam matematika maupun fisika merupakan objek geometri yang memiliki besaran dan arah. Dalam menuliskan vektor apabila ditulis tangan umumnya ditulis miring dengan menggunakan huruf besar dan pada huruf tersebut ditambahkan tanda panah (\rightarrow). Sedangkan untuk besar suatu vektor ditulis dengan aturan seperti diatas dan ditambahkan tanda mutlak atau tanda mutlak dengan garis mutlaknya dua kali.



Gambar Diambil dari:

https://id.wikipedia.org/wiki/Vektor_%28spasial%29

2.2 Penjumlahan Vektor dan Pengurangan Vektor ^[2]

Penjumlahan vektor dapat dilakukan dengan beberapa cara yaitu :

1. Penjumlahan vektor dengan cara grafis
 2. Penjumlahan vektor dengan cara segitiga
 3. Penjumlahan vektor dengan cara poligon
 4. Penjumlahan vektor dengan cara jajaran genjang
 5. Penjumlahan vektor dengan cara analitis
 6. Penjumlahan vektor dengan cara menggunakan rumus cosinus
 7. Penjumlahan vektor dengan cara menjumlahkan dua atau lebih vektor menggunakan vektor komponen
- Pada pembahasan kali ini penulis hanya akan memberikan teori mengenai penjumlahan vektor pada nomor tujuh. Dengan meninjau vektor misalkan F proyeksikan menjadi vektor yang paralel dengna sumbu x dan y dan buat menjadi F_x dan F_y .

Sebagai contoh vektor $\mathbf{a}=a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ dan $\mathbf{b}=b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$.

Hasil dari \mathbf{a} ditambah \mathbf{b} adalah:

$$\mathbf{a}+\mathbf{b} = (a_1 + b_1)\mathbf{i} + (a_2 + b_2)\mathbf{j} + (a_3 + b_3)\mathbf{k}$$

Untuk pengurangan vektor maka cukup mengganti tanda + (plus) menjadi tanda - (minus).

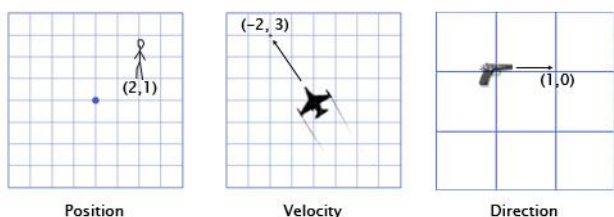
2.3 Definisi Video Game (Permainan Video)

Video game (permainan video) adalah sebuah program yang berisi permainan yang menggunakan interaksi dan antarmuka pengguna (*user interface*) melalui gambar yang dihasilkan oleh sebuah gawai atau konsol. Video game bertujuan untuk hiburan atau kesenangan bagi para penggunanya (*user*). Gawai yang dapat menjalankan video game atau permainan video ini disebut *platform* contohnya ialah *playstation*, *smartphone*, komputer, *laptop*, dan lain-lain.

III. APLIKASI ALJABAR VEKTOR BAGI PENGEMBANG GAME (GAME DEVELOPER)

3.1. Vektor sebagai Posisi, Arah, dan Kecepatan Objek di dalam Game

Di dalam Game vektor digunakan untuk menyimpan posisi, arah, dan kecepatan suatu objek. Contoh untuk 2-dimensi adalah seperti berikut:



Gambar diambil dari :

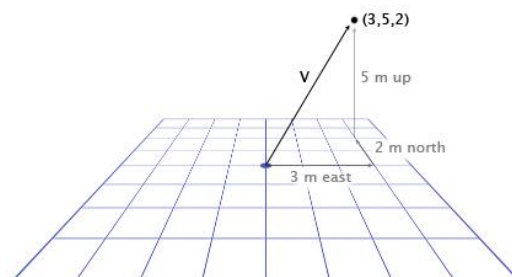
<http://blog.wolfire.com/2009/07/linear-algebra-for-game-developers-part-1/>

Vektor posisi menunjukkan bahwa pria pada gambar pertama berdiri dua meter sebelah timur dari titik asal (0,0) dan satu meter utara. Pada gambar kedua, vektor kecepatan menunjukkan bahwa dalam satu menit pesawat sedang bergerak tiga kilometer ke atas dan dua kilometer ke kiri. Pada gambar ketiga, vektor arah memberitahukan bahwa pistol sedang mengarah ke kanan.

Sebuah vektor hanyalah suatu set dari angka-angka dan hanya berarti dengan setiap konteksnya saja. Misalnya, suatu vektor (1,0) dapat menjadi arah untuk pistol namun juga dapat menjadi posisi orang serta dapat juga menjadi kecepatan suatu pesawat dengan kecepatan satu kilometer perjam.

Sehingga terdapat aturan-aturan yang sedemikian rupa

agar penggunaan vektor tidak membingungkan. Jika vektor $\mathbf{V} (3,5,2)$. Vektor \mathbf{V} merupakan posisi jika memiliki satuan semua komponen vektor dalam meter, jika merupakan kecepatan maka memiliki satuan dalam meter per detik. Angka pertama merupakan timur jika positif, yang kedua ialah ke atas dan yang ketiga ialah utara. Jika angka negatif menandakan bahwa arah terbalik yaitu timur menjadi barat, utara menjadi selatan, dan keatas menjadi kebawah. Sebagai contoh penulis memberikan gambar yang dapat menjelaskan maksud aturan-aturan diatas.



Gambar Diambil dari:

<http://blog.wolfire.com/2009/07/linear-algebra-for-game-developers-part-1/>

3.2. Pemanfaatan Penjumlahan, Pengurangan, dan Perkalian Skalar Vektor pada Video Game Sederhana

3.2.1 Penjumlahan Vektor pada Video Game Sederhana

Untuk menjumlahkan vektor, Anda harus menjumlahkan semua komponen vektor yang ada namun terpisah. Sebagai contoh:

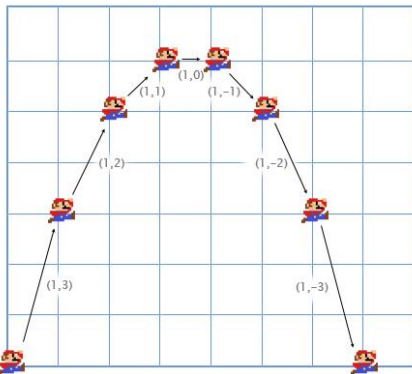
$$\mathbf{V}_1 = (0, 1, 4) \quad \mathbf{V}_2 = (3, -2, 5)$$

$$\begin{aligned} \text{Maka } \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 \text{ adalah sebagai berikut} \\ (0, 1, 4) + (3, -2, 5) &= (0+3, 1-2, 4+5) \\ &= (3, -1, 9) \end{aligned}$$

Mengapa kita menginginkan penjumlahan vektor? Salah satu aplikasi yang paling banyak digunakan di game untuk penjumlahan vektor adalah integrasi fisika (*physics integration*). Setiap objek yang berbasis fisik akan memiliki vektor untuk posisi, kecepatan, dan percepatan. Untuk setiap kotak atau *frame* (biasanya 1/60 detik), kita harus mengintegrasikan vektor ini dengan menambah kecepatan untuk posisi, dan percepatan untuk kecepatan.

Contoh di dalam game Mario Bros, Mario melompat menggunakan aplikasi vektor. Mario mulai pada posisi (0,0). Saat ia mulai melompat, kecepatannya (1,3), ia

bergerak ke atas namun juga ke kanan. Percepatan seluruhnya adalah $(0,-1)$, karena terdapat gravitasi yang menariknya ke bawah. Gambar dibawah ini menunjukkan bagaimana Mario melompat dengan kotak(*frame*) sebesar 7×7 dengan aplikasi vektor. Teks dengan warna hitam menentukan kecepatannya untuk setiap kotak atau *frame*.



Gambar diambil dari <http://blog.wolfire.com/2009/07/linear-algebra-for-game-developers-part-1/>

Untuk kotak pertama kita tambahkan kecepatan sebesar $(1,3)$ ke posisi awalnya $(0,0)$ lalu kita mendapatkan posisi barunya $(1,3)$. Lalu kita tambahkan percepatan $(0,-1)$ ke kecepatannya $(1,3)$ untuk mendapatkan kecepatan baru sebesar $(1,2)$. Lalu lakukan hal tersebut lagi untuk kotak kedua. Tambahkan kecepatannya $(1,2)$ ke posisi $(1,3)$ dan kita mendapatkan posisi $(2,5)$. Kemudian kita tambahkan percepatan $(0,-1)$ untuk kecepatan $(1,2)$ dan kita akan mendapatkan posisi $(1,1)$. Dan seterusnya hingga Mario jatuh pada posisi $(1,-3)$.

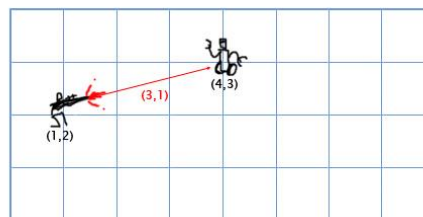
Di dalam *game* pemain dapat mengontrol percepatan pemain dengan menggunakan *keyboard* atau *gamepad* pada konsol dimana *game* akan menghitung kecepatan, percepatan, dan posisi dengan menggunakan aplikasi vektor ini.

3.2.2 Pengurangan Vektor pada Video Game Sederhana

Pengurangan vektor menggunakan cara yang sama dengan penjumlahan vektor namun mengganti tanda $+$ dengan tanda $-$. Setiap komponen vektor dikurangkan masing-masing. Pengurangan vektor berguna untuk mendapatkan sebuah vektor yang menunjuk dari suatu posisi ke posisi lainnya. Contohnya ada sebuah pemain yang sedang berdiri di posisi $(1,2)$ dengan senjata laser dan sebuah robot yang sedang berdiri di posisi $(4,3)$. Untuk menembakkan senjata laser dari pemain ke robot tersebut dibutuhkan suatu vektor dengan cara mengurangi vektor posisi robot dengan vektor posisinya pemain.

$$(4, 3) - (1, 2) = (4-1, 3-2) = (3, 1).$$

Contoh diatas dapat diilustrasikan seperti pada gambar berikut ini.



Gambar diambil dari <http://blog.wolfire.com/2009/07/linear-algebra-for-game-developers-part-1/>

3.2.3 Perkalian Skalar Vektor pada Video Game Sederhana

Perkalian skalar pada vektor seperti penjumlahan dan pengurangan vektor namun perbedaannya ialah setiap komponen vektor masing-masing akan dikali dengan suatu skalar. Contoh aplikasi di dalam sebuah *game* ialah jika seorang pilot sedang mengemudikan pesawat namun terdapat suatu hambatan udara yang akan mengurangi kecepatan pesawat, maka kecepatan pilot dalam vektor cukup dikalikan dengan suatu skalar. Contohnya hambatan udara akan mengurangi kecepatan pilot hingga 0.9 kali kecepatan awal maka kita cukup mengalikan 0.9 tersebut ke kecepatan pilot. Sebagai contoh kecepatan pemain sebesar $(10,20)$. Maka kecepatan yang baru ialah :

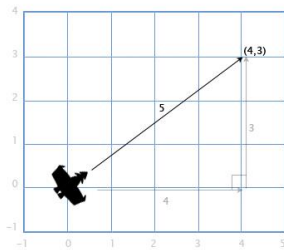
$$0.9 * (10,20) = (0.9 * 10, 0.9 * 20) = (9,18).$$

3.3. Pemanfaatan Panjang dan Jarak Vektor di Dalam Video Game sederhana

3.3.1 Aplikasi Panjang pada Video Game sederhana

Misalkan kita mempunyai pesawat dengan vektor kecepatan $V(4,3)$ dan kita juga ingin tahu seberapa cepat pesawat tersebut bergerak. Dengan menggunakan aplikasi vektor ini kita dapat menghitung seberapa kencang layar kita bergetar atau seberapa banyak bahan bakar yang digunakan. Untuk melakukan hal tersebut kita harus mencari terlebih dahulu panjang dari vektor V tersebut. Panjang Vektor biasa ditulis dengan menggunakan tanda $\|$ seperti $|V|$. Untuk mencari panjang vektor tersebut kita cukup mengakar setiap komponen vektor lalu komponen vektor di dalam akar tersebut dikuadratkan masing-masing dan setiap komponen yang telah dikuadratkan tersebut ditambahkan. Maka panjang dari vektor V tersebut ialah

$$|V| = \text{sqrt}(4^2+3^2) = \text{sqrt}(25) = 5$$



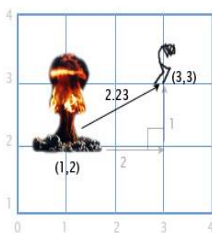
Gambar diambil dari <http://blog.wolfire.com/2009/07/linear-algebra-for-game-developers-part-2/>

3.3.2 Aplikasi Jarak pada *Video Game* sederhana

Untuk mencari jarak antara dua buah vektor setiap komponen antara dua buah vektor tersebut dikurangkan masing-masing lalu dengan menggunakan cara mencari panjang maka kita mendapatkan jarak antara dua buah vektor tersebut. Sebagai contoh ada sebuah pemain di posisi (3,3) dan sebuah ledakan di posisi (1,2) dan kita ingin tahu seberapa besar luka yang akan diterima oleh pemain tersebut. Dengan menggunakan cara menjadi jarak antara dua buah vektor maka kita dengan mudah mendapatkan jarak dan kemudian jarak tersebut akan dikali dengan luka yang akan diterima oleh pemain setiap meternya.

$$\text{Jarak} = |P-E| = |(3,3)-(1,2)| = |(2,1)| = \text{sqrt}(2^2+1^2) = \text{sqrt}(5) = 2.23$$

Dengan mendapatkan jarak tersebut kita dapat melakukan perhitungan luka yang diterima si pemain di dalam suatu *game*.



Gambar diambil dari <http://blog.wolfire.com/2009/07/linear-algebra-for-game-developers-part-2/>

3.3. Pemanfaatan Perkalian Titik (Dot Product) dan Perkalian Silang (Cross Product) di Dalam *Video Game* sederhana

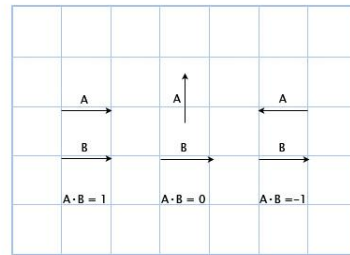
3.3.1 Aplikasi Perkalian Titik pada *Video Game* sederhana

Perkalian titik (ditulis \cdot) antara dua buah vektor ialah dengan mengalikan setiap komponen vektor masing-

masingnya lalu menambahkan semua hasil perkalian tersebut. Perkalian titik dapat dirumuskan menjadi seperti berikut:

$$(a_1, a_2) \cdot (b_1, b_2) = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

$$\text{Contoh } (3,2) \cdot (1,4) = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 4 = 11$$



Gambar diambil dari <http://blog.wolfire.com/2009/07/linear-algebra-for-game-developers-part-2/>

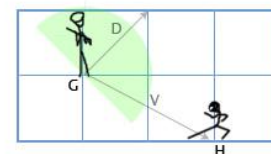
Dari gambar didapatkan bahwa vektor yang menunjuk ke arah yang sama akan menghasilkan perkalian titik yang positif. Ketika dua buah vektor saling tegak lurus maka akan menghasilkan 0 pada perkalian titik. Sedangkan jika dua buah vektor berlawanan arah akan menghasilkan perkalian titik yang negatif. Dengan menggunakan perkalian titik kita dapat mengetahui seberapa banyak vektor yang menunjuk ke arah yang sama.

Contoh ada sebuah penjaga di posisi G (1,3) yang menghadap ke arah (1,1) dengan sudut 180 derajat bidang. Sedangkan terdapat sebuah pemain yang sedang bersembunyi di posisi H (3,2). Apakah penjaga dapat melihat pemain tersebut? Dengan menggunakan aplikasi perkalian titik kita dapat mengetahuinya dengan mengecek hasil perkalian titik antara D dan V apakah positif atau negatif.

$$V = H-G = (3,2)-(1,3) = (3-1,2-3) = (2,-1)$$

$$D \cdot V = (1,1) \cdot (2,-1) = 1 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) = 2 - 1 = 1$$

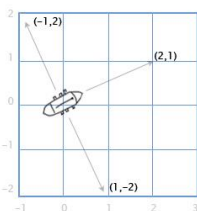
Karena positif maka penjaga dapat melihat pemain yang sedang bersembunyi.



Gambar diambil dari <http://blog.wolfire.com/2009/07/linear-algebra-for-game-developers-part-2/>

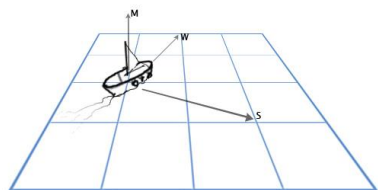
3.3.1 Aplikasi Perkalian Silang pada *Video Game* sederhana

Terdapat suatu kapal yang mempunyai meriam yang dapat menembakkan meriam tersebut ke kiri dan kanan dari kapal tersebut. Misalkan posisi kapal ada di (2,1) Maka untuk menembakkan meriam hanya perlu melakukan rotasi sebesar 90 derajat searah jarum jam atau dengan kata lain hanya membalik dua buah komponen vektor yaitu (a,b) menjadi (b,-a). Jadi posisi kapal ada di (2,1) maka kapal dapat menembakkan meriam kanannya dengan arah (1,-2) dan meriam kirinya dengan arah (-1,2) yang merupakan kebalikan dari arah kanannya. Hal ini hanya dapat dilakukan pada *game* 2d saja. Jika 3d maka harus menggunakan aplikasi perkalian silang (*cross product*).



Gambar diambil dari <http://blog.wolfire.com/2009/07/linear-algebra-for-game-developers-part-2/>

Suatu vektor M yang mengarah keatas tiang kapal (0,1,0), dan terdapat arah angin $W(1,0,2)$. Untuk mencari arah berlayar kapal S tersebut agar tetap tegak lurus dengan tiang kapal dan tegak lurus dengan angin maka kita menggunakan aplikasi perkalian silang yaitu $S = M \times W$



Gambar diambil dari <http://blog.wolfire.com/2009/07/linear-algebra-for-game-developers-part-2/>

Perkalian silang antara $A(a_1, a_2, a_3)$ dan $B(b_1, b_2, b_3)$ adalah sebagai berikut:

$$(a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1)$$

Maka

$$S = M \times W = (0,1,0) \times (1,0,2) = ([1 \cdot 2 - 0 \cdot 0], [0 \cdot 1 - 0 \cdot 2], [0 \cdot 0 - 1 \cdot 1]) = (2,0,-1)$$

Dengan demikian arah berlayar kapal tersebut ialah (2,0,-1)

IV. KESIMPULAN

Aplikasi vektor banyak diterapkan di dalam bidang informatika. Salah satunya ialah membuat sebuah *game* (suatu program permainan). Penerapan vektor pada sebuah *game* berguna bagi posisi, kecepatan, dan percepatan objek di *game* tersebut. Dengan memanfaatkan penjumlahan vektor, pengurangan vektor, perkalian skalar, dan lain-lain pada vektor (aljabar vektor), suatu objek di dalam *game* dapat bergerak, melompat, menembakkan senjata, serta dapat melakukan implementasi gaya yang melawan objek tersebut ketika sedang bergerak. Diharapkan dengan adanya penerapan vektor pada *game* dapat membuat pengembang *game* atau *game developer* di Indonesia semakin banyak.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama penulis mengucapkan terima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa oleh karena anugerah-Nya penulis dapat menyelesaikan semua tulisan ini. Penulis ingin berterima kasih kepada dosen Aljabar Geometri IF 2123 yaitu Pak Rinaldi Munir dan Pak Judhi Santoso. Serta penulis juga mengucapkan terima kasih yang tidak terhingga kepada semua teman-teman seperjuangan yang membantu penulis untuk menyelesaikan tulisan ini. Penulis pun tidak lupa mengucapkan terima kasih kepada semua pembaca tulisan ini dan semoga tulisan ini dapat bermanfaat bagi para pembacanya.

REFERENSI

- [1] <https://gurumuda.net/besar-an-vektor-dan-skalar.htm> 5 Desember 2015 pada jam 15:51
- [2] <https://gurumuda.net/penjumlahan-vektor.htm> 5 Desember 2015 pada jam 15:53
- [3] <http://blog.wolfire.com/2009/07/linear-algebra-for-game-developers-part-1/> 5 Desember 2015 pada jam 16:33
- [4] <http://blog.wolfire.com/2009/07/linear-algebra-for-game-developers-part-2/> 5 Desember 2015 pada jam 16:33
- [5] *Essential Mathematics for Games and Interactive Applications, Third Edition*, by James M. Van Verth and Lars M. Bishop, AK Peters/CRC Press, September 2015, 618 pages, ISBN 1482250926.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 12 Desember 2015

Joshua Salimin
13514001