

# Kompresi Gambar Digital dengan Metode Transformasi Haar Wavelet

Sashi Novitasari/13514027<sup>1</sup>

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

<sup>1</sup>13514027@std.stei.itb.ac.id

**Abstract**—Ada berbagai metode untuk melakukan kompresi dari sebuah gambar digital. Salah satu dari metode-metode tersebut adalah metode transformasi Haar Wavelet. Sebuah gambar digital dapat direpresentasikan sebagai matriks dari *pixel* yang menyusunnya. Dalam metode ini, dilakukan penerapan dari konsep serta operasi matriks.

**Keywords**—Kompresi gambar digital, matriks, Haar Wavelet

## I. PENDAHULUAN

Gambar merupakan suatu metode atau objek yang digunakan untuk menyampaikan suatu pesan. Tidak sulit untuk menemukan gambar di kehidupan kita. Bahkan, hampir semua objek yang kita gunakan pasti terdapat gambar. Di zaman modern ini, gambar dapat direpresentasikan dalam bentuk data atau digital. Gambar digital merupakan suatu gambar yang dibuat atau disimpan pada media digital, seperti komputer. Gambar digital memudahkan masyarakat untuk mengolah atau pun menggunakan gambar tersebut untuk keperluan tertentu.

Dalam penggunaan suatu gambar digital, keperluan ukuran dan detil dari sebuah gambar dapat berbeda dari gambar aslinya. Contohnya adalah gambar pada banner suatu iklan. Pada banner iklan tersebut, pada umumnya ukuran dan detil dari sebuah gambar ditingkatkan. Contoh lainnya adalah pada saat kita menyimpan suatu gambar yang memiliki ukuran dan detil yang terlalu tinggi, namun kita menginginkan ukuran dan detil gambar tersebut lebih rendah. Proses dari meningkatkan ukuran atau detil gambar disebut dengan proses dekompresi, sebaliknya disebut dengan proses kompresi.

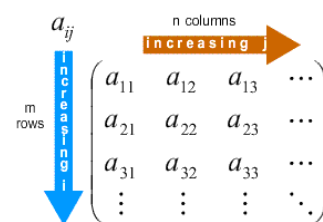
Proses kompresi umum dilakukan pada saat melakukan pengiriman suatu gambar secara digital. Hal tersebut dilakukan agar ukuran dari gambar menjadi lebih kecil sehingga pengiriman menjadi lebih cepat dan efisien. Kompresi gambar juga berguna pada saat kita menyimpan *file* dari suatu gambar yang berresolusi tinggi, namun kita tidak membutuhkan gambar tersebut dengan resolusi yang tinggi. Sehingga, dengan melakukan proses kompresi gambar, kita dapat mendapatkan gambar dengan resolusi yang dibutuhkan dan ukuran penyimpanan menjadi lebih efisien.

Makalah ini membahas mengenai salah satu metode kompresi gambar yang menerapkan konsep dari matriks, yaitu metode transformasi Haar Wavelet. Pada metode ini diterapkan operasi matriks pada matriks yang merepresentasikan *pixel*, yaitu unit terkecil yang menyusun sebuah gambar digital.

## II. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Matriks

Matriks merupakan suatu sistem berbentuk jajaran persegi panjang yang terdiri atas bilangan-bilangan. Matriks terdiri atas  $m$  buah baris dan  $n$  buah kolom, atau dinyatakan sebagai matriks berordo  $m \times n$  [1]. Matriks merupakan salah satu bentuk matematika yang digunakan untuk menyelesaikan berbagai persoalan matematika. Bilangan atau entri pada sebuah matriks disebut sebagai skalar. Bilangan tersebut pada umumnya merupakan bilangan riil atau kompleks.



Gambar 1. Matriks [2]

#### 2.1.1 Operasi Matriks

Terdapat beberapa operasi matematika yang dapat dilakukan pada matriks:

##### a. Penjumlahan Matriks

Operasi penjumlahan matriks hanya dapat dilakukan terhadap dua buah matriks yang memiliki ukuran baris dan ukuran kolom yang sama, atau disebut juga memiliki orde yang sama [3]. Misalkan terdapat dua buah matriks yang memiliki orde yang sama, yaitu matriks  $A (i \times j)$  dan  $B (i \times j)$ , maka hasil penjumlahan dari kedua matriks ini adalah matriks  $C (i \times j)$ .  $C$  adalah matriks yang setiap elemennya

memenuhi persamaan (1).

$$C (n \times m) = A (n \times m) + B (n \times m) \quad (1)$$

Dengan  $n$  adalah baris pada matriks  $A$  dan  $B$ , dan  $n \leq i$ , serta  $m$  adalah kolom pada matriks  $A$  dan  $B$  dengan  $m \leq j$ .

**b. Pengurangan Matriks**

Operasi pengurangan matriks hanya dapat dilakukan terhadap dua buah matriks yang memiliki orde yang sama [3]. Misalkan terdapat dua buah matriks yang memiliki orde yang sama, yaitu matriks  $A (i \times j)$  dan  $B (i \times j)$ , maka hasil pengurangan dari kedua matriks ini adalah matriks  $C (i \times j)$ .  $C$  adalah matriks yang setiap elemennya memenuhi persamaan (2).

$$C (n \times m) = A (n \times m) - B (n \times m) \quad (2)$$

Dengan  $n$  adalah baris pada matriks  $A$  dan  $B$ , dan  $n \leq i$ , serta  $m$  adalah kolom pada matriks  $A$  dan  $B$  dengan  $m \leq j$ .

**c. Perkalian Matriks.**

terdapat dua macam operasi perkalian matriks, yaitu perkalian skalar dan perkalian matriks dengan matriks. Perkalian skalar adalah perkalian seluruh elemen matriks dengan sebuah konstanta atau skalar. Operasi perkalian matriks dengan matriks hanya dapat dilakukan bila ukuran kolom matriks pertama sama dengan ukuran baris matriks kedua. Operasi ini akan menghasilkan suatu matriks dengan ukuran barisnya sama dengan ukuran baris pertama dan ukuran kolomnya sama dengan ukuran kolom pertama.

$$C (i \times j) = A (i \times k) \times B (k \times j) \quad (3)$$

Nilai setiap elemen matriks  $C$  pada indeks  $(n \times m)$  adalah penjumlahan dari setiap perkalian antara kolom pertama sampai  $k$  pada baris  $n$ , dengan baris pertama sampai  $k$  pada kolom  $m$  (4).

$$C (n \times m) = [A(n \times 1).B(m \times 1)] + [A(n \times 2). B(m \times 2)] + \dots + [A(n \times k).B(m \times k)] \quad (4)$$

Perkalian matriks dengan skalar bersifat komutatif. Namun perkalian matriks dengan matriks tidak bersifat komutatif.

**d. Transpose**

Matriks transpose adalah matriks yang didapatkan dengan menukarkan baris dan kolom dari matriks asal. Misalkan diberikan sebuah matriks  $A$  dengan ukuran  $i \times j$ . Matriks transpose dari  $A$ , atau

$A^T$ , memiliki ukuran  $j \times i$ . Setiap elemen  $A^T$  pada  $n \times m$  berisi nilai elemen  $A$  pada  $m \times n$ , dengan  $n \leq i$  dan  $m \leq j$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & -2 \\ 5 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 3 \\ 5 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Transpose operation can be viewed as flipping entries about the diagonal.

**Gambar 2. Operasi Transpose Matriks [4]**

**e. Invers Matriks**

Suatu matriks dapat diinvers atau dibalik jika dan hanya jika matriks tersebut merupakan matriks persegi, dan matriks tersebut bukan matriks singular [5]. Hal ini membuat tidak semua matriks memiliki invers. Dimisalkan terdapat sebuah matriks  $A$ . Jika  $A$  merupakan matriks persegi, dan jika kita dapat mencari matriks  $B$  sehingga  $AB = BA = I$ , maka  $A$  dikatakan dapat dibalik atau *invertible*, dan  $B$  merupakan invers dari  $A$ . Metode yang dapat digunakan untuk mencari invers dari sebuah matriks adalah metode dengan eliminasi Gauss-Jordan dan metode Cramer.

$$\left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

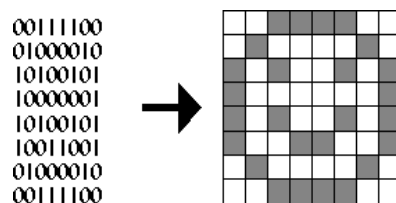
$$\left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -5 & 2 & 1 \end{array} \right]$$

**Gambar 3. Operasi Invers Matriks [5]**

**2.2 Gambar Digital**

Gambar digital adalah representasi numerik dari gambar dua dimensi. Gamber digital tersusun atas sejumlah *pixel* [6]. *Picture element* atau *pixel* merupakan unit dasar dari representasi warna dalam bentuk digital pada layar komputer atau gambar pada pada perangkat digital [7]. Setiap *pixel* merepresentasikan satu warna pada suatu titik pada gambar. *Pixel* disusun menjadi baris dan kolom sesuai dengan warna pada gambar digital. Pada dasarnya, gambar digital merupakan matriks dari *pixel*. Matriks tersebut dapat disebut sebagai *bitmap*.



**Gambar 4. Bitmap Gambar Binary [8]**

## 2.2.1 Jenis-jenis Gambar Digital

### a. Gambar Hitam-Putih

Pada gambar hitam-putih, setiap *pixel* berisi nilai tunggal dari nilai warna hitam-putih sesuai dengan tingkat warna pada titik tertentu. Tingkatan warna hitam-putih memiliki jangkauan dari warna putih sampai dengan hitam, dengan 256 tingkatan warna pada umumnya.



Gambar 5. Tingkatan warna hitam-putih, dengan putih sebagai nilai paling kecil (0) dan hitam sebagai nilai paling besar (256) [6]

Bila diasumsikan terdapat 256 tingkat warna hitam-putih, maka setiap *pixel* hitam dan putih dapat diisi atau disimpan pada memory komputer sebesar 1 byte.

### b. Gambar Warna RGB

Gambar warna RGB tersusun atas *pixel* yang pada setiap *pixel*-nya terdiri atas tiga nilai yang berkoresponden dengan tingkatan warna merah, hijau, dan biru pada titik tertentu pada gambar. Merah, hijau, dan biru merupakan warna-warna utama yang bila dipadukan dengan pencahayaan tertentu dapat menghasilkan suatu warna baru. Seluruh warna dapat dihasilkan dari perpaduan warna RGB dan pencahayaan terhadap warna RGB. Dimisalkan warna merah, hijau, dan biru pada palet RGB ketiganya terdiri atas 256 tingkatan. Maka setiap *pixel* akan disimpan dalam 3 byte (24 bit). Hal ini membuat terdapat kemungkinan 16.7 juta warna yang dapat menyusun gambar. Karena *pixel* pada gambar warna RGB terdiri atas 3 nilai, sedangkan pada *pixel* gambar hitam-putih tersusun atas 1 nilai, ukuran gambar hitam-putih tiga kali lipat lebih kecil dari pada gambar berwarna RGB.

### c. Gambar Biner atau Bilevel

*Pixel* pada gambar biner memiliki ukuran satu bit. Karena satu bit hanya merepresentasikan 2 nilai, yaitu *true false*, setiap bit *pixel* hanya dapat digunakan untuk merepresentasikan salah satu dari dua buah warna (biasanya hitam atau putih).

### d. Gambar dengan Warna Terindeks

Setiap *pixel* pada gambar dengan warna terindeks berisi satu nilai yang merepresentasikan warna. Walau pun hanya terdiri atas satu nilai, *pixel* tersebut dapat merepresentasikan warna-warna RGB karena setiap warna dalam tingkatan warna sudah dipadukan terlebih dahulu. Walau pun ukuran gambar menjadi lebih kecil, gambar digital yang menggunakan warna terindeks memiliki kekurangan, yaitu variasi warna terbatas.

	RGB			CMYK				HLS			HSV			Gray
	Red	Green	Blue	Cyan	Magenta	Yellow	Black	Hue	lightness	saturation	Hue	saturation	value	Value
Red	255	0	0	0	100	100	0	0	50	100	0	100	100	-
Orange	255	128	0	0	50	100	0	30	50	100	30	100	100	-
Yellow	255	255	0	0	0	100	0	60	50	100	60	100	100	-
Bright green	0	255	0	100	0	100	0	120	50	100	120	100	100	-
Cyan	0	255	255	100	0	0	0	180	50	100	180	100	100	-
Blue	0	0	255	100	100	0	0	240	50	100	240	100	100	-
Violet	128	0	255	50	100	0	0	270	50	100	270	100	100	-
Magenta	255	0	255	0	100	0	0	300	50	100	300	100	100	-
White	255	255	255	0	0	0	0	NA	100	NA	NA	0	100	0
Mid-gray	128	128	128	0	0	0	50	NA	50	NA	NA	0	50	50
Black	0	0	0	0	0	0	100	NA	0	NA	NA	NA	0	100

Gambar 6. Contoh Tingkatan Warna [9]

## 2.2 Kompresi Gambar

Kompresi gambar atau citra adalah proses kompresi data yang dilakukan terhadap gambar digital dengan tujuan mengurangi redundansi dari data-data yang terdapat pada gambar sehingga gambar tersebut dapat disimpan atau ditransmisikan secara efisien [10].

### 2.2.1 Teknik Kompresi Gambar

Ada dua macam teknik kompresi gambar yang umum digunakan saat ini. Kedua macam teknik kompresi gambar adalah sebagai berikut.

#### a. Lossy Compression

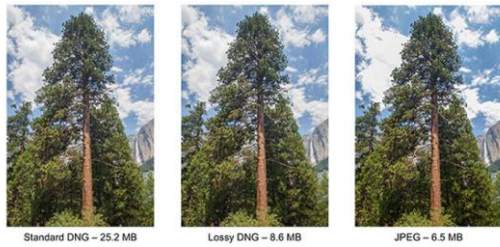
Pada *lossy compression*, ukuran data gambar akan menjadi lebih kecil dengan menghilangkan beberapa informasi pada gambar asli. Teknik ini akan mengubah detail dan warna pada *file* gambar menjadi lebih sederhana tanpa terlihat perbedaan mencolok berdasarkan pandangan manusia, sehingga ukurannya menjadi lebih kecil.



Gambar 7. Gambar yang sisi kanannya dikompresi dengan teknik *lossy compression* [11]

#### b. Lossless Compression

Pada teknik ini, gambar dikompresi tanpa menghilangkan informasi dari gambar, hanya mewakili beberapa informasi yang sama. Biasanya teknik ini digunakan untuk gambar medis.



Gambar 8. Perbandingan antar gambar yang dikompresi dengan teknik *lossless compression* [12]

### III. KOMPRESI GAMBAR DENGAN MENGGUNAKAN METODE TRANSFORMASI HAAR WAVELET

Ada berbagai macam metode yang dapat digunakan untuk melakukan kompresi. Salah satunya adalah metode transformasi Haar Wavelet.

Transformasi merupakan proses pengubahan data dari suatu bentuk menjadi bentuk lain sehingga menjadi lebih mudah untuk dianalisa. Salah satu bentuk dari transformasi adalah transformasi wavelet. Wavelet merupakan gelombang kecil yang memiliki kemampuan untuk mengelompokkan energi citra dan terkonsentrasi pada sekelompok kecil koefisien, sedangkan kelompok koefisien lainnya hanya mengandung sedikit energi yang dapat dihilangkan tanpa mengurangi nilai informasinya [13].



Gambar 9. Ilustrasi pengelompokkan energi pada transformasi Haar Wavelet [13].

Transformasi Haar Wavelet merupakan transformasi wavelet tertua dan sederhana yang ditemukan pada tahun 1909 oleh Alfred Haar [13]. Pada dasarnya, langkah-langkah dalam transformasi Haar Wavelet meliputi proses berikut.

1. Normalisasi gambar.
2. Dekomposisi gambar secara horizontal dan vertikal.
3. Mengulangi langkah secara berulang pada koefisien aproksimasi yang diperoleh sebelumnya sampai level yang diinginkan.

Seperti yang telah disebutkan sebelumnya, sebuah gambar digital tersusun atas *pixel-pixel* yang membentuk suatu matriks. Pada proses dekomposisi, matriks dari gambar digital, dimisalkan matriks  $A$ , akan mengalami proses *averaging* dan *difference* [14]. Pada proses *averaging*, dua buah kolom dalam baris yang sama akan dihitung rata-ratanya. Nilai rata-rata tersebut akan menjadi nilai kolom baru dari kolom ter kiri pada baris matriks baru, yang belum diisi oleh nilai rata-rata sebelumnya. Perhitungan rata-rata dilakukan pada seluruh kolom dalam satu baris, dengan pola 1-2, 3-4, dan seterusnya. Setelah seluruh kolom dihitung nilai rata-ratanya, kolom

selanjutnya pada matriks baru dalam baris yang sama diisi nilai pengurangan antara, dalam setiap pola, nilai kolom awal dengan rata-ratanya. Contohnya diberikan salah satu baris dari sebuah matriks  $8 \times 8$  sebagai berikut.

Sebelum	250	200	300	350	400	200	200	200
Sesudah	225	325	300	200	25	-25	100	0

Nilai 225 pada kolom pertama baris sesudah *averaging* merupakan nilai rata-rata kolom pertama dan kedua pada baris sebelum proses, yaitu  $[(250+200)/2]$ . Hal yang sama dilakukan pada kolom ketiga dan keempat pada baris pertama, sehingga nilai rata-rata dari kedua nilai ini mengisi kolom kedua baris sesudah, dan seterusnya. Kolom kelima pada baris kedua berisi nilai pengurangan nilai rata-rata pertama dari nilai kolom awal pada pasangan pertama kolom sebelum proses, yaitu  $[250-225]$ . Hal yang serupa dilakukan pada pasangan kolom dan kolom rata-rata lainnya. Proses pengurangan ini disebut sebagai proses *differencing*. Kolom hasil dari proses *differencing* disebut sebagai koefisien detail [14].

Proses *averaging* dan *differencing* pada satu baris dilakukan sebanyak  $(^2 \log n)$  kali dengan  $n$  adalah ukuran kolom, dengan tidak mengganti bagian koefisien detail. Setelah kedua proses tersebut selesai dilakukan pada seluruh baris, proses *averaging* dan *differencing* kembali dilakukan pada seluruh kolom pada matriks baru dengan menggunakan langkah yang sama seperti sebelumnya.

Sebelum	250	200	300	350	400	200	200	200
I	225	325	300	200	25	-25	100	0
II	275	250	-50	50	25	-25	100	0
III	262.5	12.5	-50	50	25	-25	100	0

Berikut adalah contoh matriks sebelum dan sesudah proses *differencing* dan *averaging* pada baris dan kolom.

- Matriks  $A$  sebelum dekomposisi  
Matriks  $A$  merupakan matriks original yang belum melalui proses dekomposisi. Matriks ini merupakan matriks representasi *pixel*  $4 \times 4$  dari suatu gambar digital *greyscale*. Semakin mendekati nilai 0, warna semakin putih, dan berlaku sebaliknya.

100	200	300	250
250	150	200	200
200	200	300	400
250	250	100	100

- Matriks  $A$  sesudah dekomposisi baris

212.5	-62	-50	25
200	0	50	0
275	-75	0	-50
175	75	0	0

- Matriks  $A$  sesudah dekomposisi baris dan kolom

215.625	-15.5	0	-6.25
-9.375	-15.5	0	18.75
6.5	-31	-50	12.5
50	-75	0	-25

Inti dari transformasi wavelet adalah membuat daerah pada matriks yang memiliki perbedaan nilai yang sedikit atau sama (variasi yang sedikit) menjadi memiliki nilai yang lebih kecil dari sebelumnya atau nol. Sebuah matriks yang memiliki jumlah kemunculan nilai nol yang tinggi dikatakan luang. Hampir semua matriks gambar akan menjadi lebih luang setelah melalui proses transformasi wavelet dibandingkan dengan matriks aslinya.

Proses kompresi tidak selesai pada proses *averaging* dan *differencing*. Setelah melewati proses ini, ditentukan sebuah nilai tidak negatif  $\epsilon$  sebagai nilai penentu kompresi. Pada matriks hasil *averaging* dan *differencing*, seluruh nilai elemen yang memiliki nilai absolutnya kurang atau sama dengan  $\epsilon$  akan menjadi bernilai nol. Nilai  $\epsilon$  bebas ditentukan dengan syarat tidak bernilai negatif. Bila nilai  $\epsilon$  adalah nol, maka kompresi yang dilakukan adalah *lossless compression*.

Dimisalkan pada matriks  $A$  yang sebelumnya sudah didekomposisi baris dan kolom, ditentukan nilai  $\epsilon = 16$ . Maka, matriks  $A$  menjadi matriks sebagai berikut.

215.625	0	0	0
0	0	0	18.75
0	-31	-50	0
50	-75	0	-25

Matriks diatas merupakan hasil akhir matriks warna atau *pixel* dari proses kompresi. Pada matriks  $A$  sesudah proses *averaging* dan *differencing*, terdapat 13 elemen yang tidak bernilai nol dari total 16 elemen. Pada matriks  $A$  sesudah pengurangan dengan nilai  $\epsilon$ , terdapat 7 elemen yang tidak bernilai nol dari total 16 elemen. Sehingga, rasio perbandingan kompresi dari matriks  $A$  adalah 7:13 atau 50%. Dengan kata lain, *pixel* dari gambar berhasil dikompresi sekitar 50%.



Figure 1: Person in bus      Woman in bus



Young woman in bus      Rosa Parks in bus

**Gambar 10. Gambar digital Rosa Parks dengan berbagai rasio kompresi [14]**

### 3.1 Transformasi Haar Wavelet dengan Pendekatan Aljabar Linier

Proses transformasi Haar Wavelet dapat dilakukan dengan menerapkan prinsip dari transpose dan invers matriks. Misalkan diberikan sebuah matriks  $A$   $8 \times 8$  yang merepresentasikan suatu *pixel*  $8 \times 8$  dari sebuah gambar. Melalui transformasi Haar Wavelet, akan didapat sebuah matriks  $B$  sebagai hasil kompresi dari  $A$  dengan menggunakan persamaan

$$B = ((AW^T)W)^T = W^T P W \quad (5)$$

Dari hasil kompresi gambar  $B$ , kita juga dapat mencari  $A$  dengan menggunakan persamaan

$$A = ((B^T)W^{-1})^T W^{-1} = (W^{-1})^T B W^{-1} \quad (6)$$

$W$  merupakan matriks transformasi.  $W$  dihasilkan dari perkalian tiga buah matriks transformasi untuk proses *averaging* dan *differencing*. Matriks tersebut berjumlah tiga karena matriks  $A$  akan melalui proses *averaging* dan *differencing* yang dilakukan tiga kali pada setiap baris dan kolom ( $2 \log 8$ ).

$$W = T_1 T_2 T_3 \text{ dan } W^{-1} = T_3^{-1} T_2^{-1} T_1^{-1} \quad (7)$$

Pada matriks  $8 \times 8$ , nilai dari setiap elemen ketiga matriks transformasi adalah sebagai berikut:

- $T_1$

0.5	0	0	0	-0.5	0	0	0
0.5	0	0	0	-0.5	0	0	0
0	0.5	0	0	0	-0.5	0	0
0	0.5	0	0	0	-0.5	0	0
0	0	0.5	0	0	0	-0.5	0
0	0	0.5	0	0	0	-0.5	0
0	0	0	0.5	0	0	0	-0.5
0	0	0	0.5	0	0	0	-0.5

- $T_2$

0.5	0	0.5	0	0	0	0	0
0.5	0	-0.5	0	0	0	0	0
0	0.5	0	0.5	0	0	0	0
0	0.5	0	-0.5	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1

- $T_3$

0.5	0.5	0	0	0	0	0	0
0.5	-0.5	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1

Pada matriks  $n \times n$ ,  $W = (T_1 \dots T_{\log n}^2)$  dengan pola yang serupa pada ketiga matriks di atas.

Misalkan matriks  $A$  berukuran  $8 \times 8$ , dengan nilai elemen berikut

100	200	300	250	100	200	300	250
250	150	200	200	250	150	200	200
200	200	300	400	200	200	300	400
250	250	100	100	250	250	100	100
100	200	300	250	100	200	300	250
250	150	200	200	250	150	200	200
200	200	300	400	200	200	300	400
250	250	100	100	250	250	100	100

Nilai elemen matriks  $W$  adalah sebagai berikut

0.125	0	0.25	0	0	0	0	0
0.125	0	0.25	0	0	0	0	0
0.125	0	-0.25	0	-0.5	0	0	0
0.125	0	-0.25	0	-0.5	0	0	0
0	0	0	0	-0.5	0	0	0
0	0	0	0	-0.5	0	0	0
0.125	-0.125	0	0	0	-0.5	0	0
0.125	-0.125	0	0	0	0	0	0

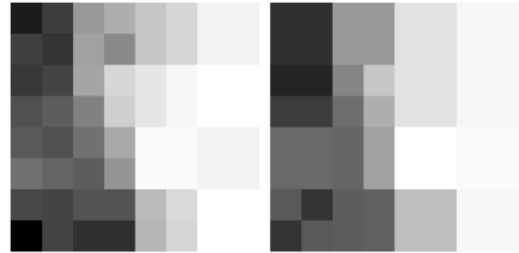
Maka, dengan menggunakan persamaan (5), didapat matriks  $B$  sebagai berikut

125	-42.969	-7.813	0	-328.125	-81.25	0	0
-42.188	14.063	0	0	112.5	25	0	0
-3.125	-1.563	-15.625	0	18.750	-12.5	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
-331.25	115.625	31.25	0	862.5	225	0	0
-112.5	43.75	37.5	0	275	75	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Dimisalkan nilai dari  $\epsilon$  adalah 40. Maka matriks hasil kompresi adalah

125	-42.969	0	0	-328.125	-81.25	0	0
-42.188	0	0	0	112.5	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
-331.25	115.625	0	0	862.5	225	0	0
-112.5	43.75	0	0	275	75	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Sebelum dikurangi dengan nilai  $\epsilon$ , pada matriks  $B$  terdapat 24 elemen yang tidak bernilai nol. Sesudah pengurangan, pada matriks  $B$  terdapat 16 elemen yang tidak bernilai nol. Sehingga, dengan nilai  $\epsilon = 40$ , rasio kompresi matriks  $pixel$   $A$  adalah 33.3%, didapat dari  $[(16/24)100\%]$ .



Gambar 11. Bitmap  $8 \times 8$  yang dikompresi dengan rasio kompresi yang berbeda [14]

#### IV. KESIMPULAN

Kompresi gambar dapat dilakukan dengan menggunakan metode transformasi Haar Wavelet. Pada metode ini, seluruh baris dan kolom akan melalui proses *averaging* dan *differencing* untuk membuat matriks menjadi lebih luang. Setelah itu ditentukan suatu nilai tidak negatif  $\epsilon$  untuk melakukan kompresi. Proses *averaging* dan *differencing* dapat dilakukan lebih cepat dengan menggunakan persamaan yang melibatkan operasi transpose dan invers matriks.

#### V. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala rahmat-Nya sehingga makalah ini dapat diselesaikan dengan baik. Penulis mengucapkan terima kasih kepada Dr. Ir. Rinaldi Munir, M.T dan Drs. Judhi Santoso, M.Sc selaku dosen pengajar mata kuliah Aljabar Geometri atas segala bimbingan dan ilmu yang telah diberikan kepada penulis. Selanjutnya, penulis mengucapkan terima kasih kepada semua sumber serta pihak yang telah memberikan bantuan secara langsung mau pun tidak langsung dalam proses pembuatan makalah. Semoga dengan dibuatnya makalah ini, makalah ini dapat berguna bagi pembaca.

#### REFERENCES

- [1] I., Yuliani. "Aljabar Matriks". [http://www.stta.ac.id/kuliah\\_tf/yuli/ALJABAR%20%20%20MATRIKS.htm](http://www.stta.ac.id/kuliah_tf/yuli/ALJABAR%20%20%20MATRIKS.htm) (Diakses pada 11 Desember 2015)
- [2] Anonim. "Scalar, Vector and Matrices". [http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/tensors/maths\\_aside.php](http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/tensors/maths_aside.php) (Diakses pada 14 Desember 2015)
- [3] Siswoyo, Dedi. 2013. "Operasi Pada Matriks". <http://dedi26.blogspot.co.id/2013/05/operasi-pada-matriks.html> (Diakses pada 14 Desember 2015)
- [4] Anonim. 2012. "Matrices, transposes, and inverses". <https://www.math.hmc.edu/~dk/math40/math40-lect07.pdf> (Diakses pada 14 Desember 2015).
- [5] Anton, H. 1992. *Aljabar Linier Elementer*. Erlangga: Jakarta.

- [6] Sachs, Jonathan. 1996. "Digital Image Basic". <http://www.dl-c.com/basics.pdf> (Diakses pada 14 Desember 2015)
- [7] Rouse, Margaret. 2015. "Pixel". <http://whatis.techtarget.com/definition/pixel> (Diakses pada 14 Desember 2015)
- [8] Brackeen, David. "Bitmap & Palette Manipulation". <http://www.brackeen.com/vga/bitmaps.html> (Diakses pada 14 Desember 2015)
- [9] "Display Library Overview". [http://edndoc.esri.com/arcobjects/9.1/ComponentHelp/esriDisplay/Display\\_overview.htm](http://edndoc.esri.com/arcobjects/9.1/ComponentHelp/esriDisplay/Display_overview.htm) (Diakses pada 14 Desember 2015)
- [10] Herdiyeni, Yeni. 2013. "Kompresi Citra". <http://www.cs.ipb.ac.id/~yeni/files/ppcd/Kuliah%2013%20Kompresi%20Citra%202%20edit.pdf> (Diakses pada 14 Desember)
- [11] Chapman, Cameron. 2010. "Everything You Need to Know About Image Compression". <http://www.noupe.com/design/everything-you-need-to-know-about-image-compression.html> (Diakses pada 14 Desember 2015)
- [12] Barribeau, Tim. 2014. "JPEG Standard 9.1 Will Bring 12-Bit Color, Lossless Compression". <http://www.popphoto.com/news/2014/01/jpeg-standard-91-will-bring-12-bit-color-lossless-compression> (Diakses 14 Desember 2014).
- [13] Fatiah, Elfa. 2013. "Haar Wavelet". <http://tinta-digital.blogspot.co.id/2013/02/haar-wavelet.html> (Diakses pada 14 Desember 2015)
- [14] Mulcahy, Colm. "Image Compression Using the Haar Wavelet Transformation". <http://www.cse.iitd.ernet.in/~pkalra/csl783/haarcsm.pdf> (Diakses pada 14 Desember 2015)

#### PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 16 Desember 2015



Sashi Novitasari/13514027