

Ilustrasi Penggunaan Quaternion untuk Penanggulangan Gimbal Lock

Nikolas Wangsaputra / 13514048¹

Program Studi Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

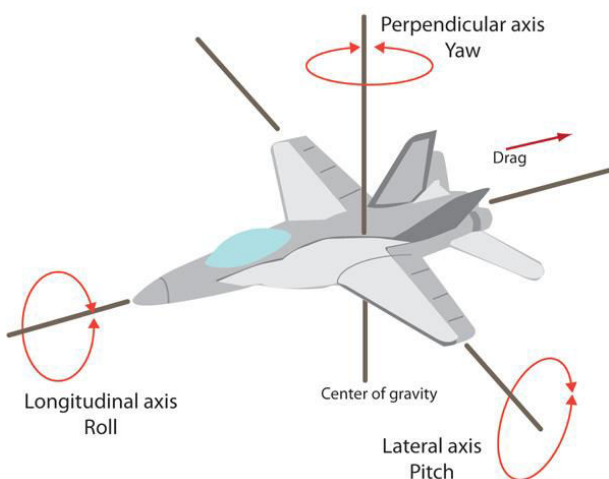
¹13514048@stei.std.itb.ac.id

Abstraksi—Rotasi adalah salah satu komponen penting dalam berbagai bidang keilmuan, salah satunya adalah pada bidang komputer grafis. Ada berbagai cara untuk melakukan kalkulasi dan representasi terhadap suatu rotasi, diantaranya adalah menggunakan matriks dan sudut euler. Namun, representasi ini memiliki sebuah kelemahan yang cukup fatal, yaitu gimbal lock, yaitu sebuah keadaan dimana derajat kebebasan rotasi hilang akibat beberapa sumbu yang saling mengunci. Oleh karena itu, digunakanlah quaternion untuk menggantikan representasi rotasi Euler di beberapa bidang. Makalah ini menjelaskan penggunaan quaternion untuk menghindari gimbal lock dengan memberikan berbagai ilustrasi.

Keywords — Quaternion, Rotasi, Animasi, Euler.

I. PENDAHULUAN

Semua manusia di dunia pasti mengenali keberadaan rotasi dalam kehidupannya sehari-hari. Rotasi adalah sebuah konsep geometri yang sangat erat kaitannya dengan berbagai aspek kehidupan, misalnya pada bidang astronomi, penerbangan, mesin, ataupun animasi. Sejak dahulu kala, para peneliti dan ilmuwan telah banyak melakukan penelitian demi memahami konsep ini sepenuhnya.



Gambar 1 : Contoh rotasi pada teknik penerbangan dengan 3 sumbu rotasi yaitu roll, pitch, dan yaw.

Sumber : machinedesign.com

Dalam ilmu matematika maupun informatika, rotasi ini perlu direpresentasikan dalam bentuk yang dapat dengan jelas diterima dalam aspek matematis maupun oleh komputer. Rotasi sendiri memiliki banyak representasi yang berbeda-beda dalam tiap aspek tersebut, misalnya dengan matriks atau teori Euler, dimana tiap bentuk tersebut memiliki pendekatan yang cukup berlainan terhadap rotasi. Representasi tersebut berkaitan erat dengan aljabar geometri yang mencoba menyelesaikan masalah-masalah geometri dengan pendekatan matematis seperti polinom atau matriks.

Dalam dunia keprofesian informatika sendiri, keberadaan rotasi cukup terasa, terutama di bidang grafis dan animasi. Pada dunia komputer ini, representasi rotasi diterjemahkan menjadi kode pemrograman agar mudah diimplementasikan pada program ataupun animasi. Terdapat berbagai konvensi rotasi yang digunakan dalam tiap kasus yang berbeda, dimana tujuannya adalah mencari algoritma yang terbaik baik dari segi kualitas maupun efisiensi.

Melalui makalah ini, penulis akan menjelaskan permasalahan yang umum terjadi di dunia komputer grafis sekaligus mengemukakan salah satu alternatif representasi rotasi yang ideal untuk beberapa kasus tersebut, yaitu representasi quaternion. Selain itu, penulis juga akan memaparkan beberapa kelebihan dan kelemahan dari representasi quaternion dalam berbagai penggunaannya.

II. DASAR TEORI

2.1. Rotasi

Rotasi adalah sebuah prinsip matematis dan fisis dimana suatu objek melakukan gerakan sirkuler berdasarkan suatu sumbu yang diam.

Rotasi dapat direpresentasikan dalam beberapa bentuk formal, yaitu:

1. Matriks rotasi, teori rotasi Euler
2. Rotasi sumbu dan sudut (rotasi vektor)
3. Quaternion

Berbagai bentuk representasi tersebut memiliki kelebihan dan kekurangan masing-masing, baik dari segi praktis maupun tingkat kerumitan.

2.2. Rotasi Euler

Menurut teori rotasi Euler, semua rotasi dapat dideskripsikan dengan 3 sudut. Bila rotasi digambarkan dengan 3 matriks rotasi B,C,D, maka rotasi general A dapat dihitung dengan

$$A = BCD$$

Ketiga sudut yang memberikan 3 matriks rotasi tersebut disebut sudut Euler. Ada beberapa konvensi sudut Euler, tergantung dari sumbu dimana rotasi-rotasi dilakukan. Sebagai contoh, matriks A sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Mengilustrasikan konvensi X dimana rotasi dengan sudut Euler B C D dilakukan sebagai berikut:

1. Rotasi pertama pada sumbu z dengan D,
2. Rotasi kedua pada sumbu yang sebelumnya sumbu x menggunakan C,
3. Rotasi ketiga pada sumbu yang sebelumnya sumbu z menggunakan b.

2.3. Quaternion

Quaternion adalah sebuah representasi rotasi yang pertama kali diperkenalkan oleh Hamilton pada tahun 1843. Mengembangkan bentuk bilangan kompleks di ruang dimensi 2:

$$z = a + ib$$

Hamilton mengembangkan bentuk tersebut menjadi *tuple* 4 :

$$z = a + ib + jc + kd$$

Dimana:

$$\begin{aligned} i^2 &= j^2 = k^2 = ijk = 1 \\ ij &= k, jk = i, ki = j \\ ji &= -k, kj = -i, ik = -j \end{aligned}$$

Bentuk *tuple* 4 tersebut dapat disederhanakan menjadi penjumlahan skalar dan vektor sehingga menjadi:

$$z = s + V$$

Quaternion $a + ib + jc + kd$ pun bisa direpresentasikan dalam bentuk matriks kompleks 2 x 2, yaitu :

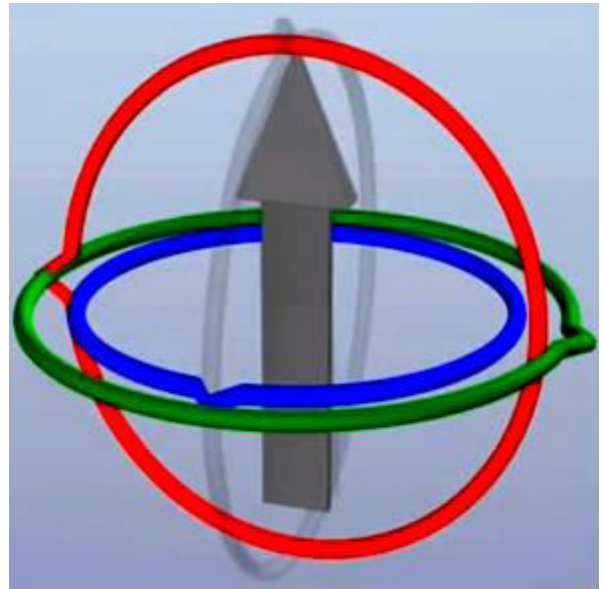
$$\begin{bmatrix} a + bi & c + di \\ -c + di & a - bi \end{bmatrix}$$

Beberapa sifat paling penting dari quaternion antara lain adalah anti komutatif dan memiliki orde yang konsisten.

III. MASALAH *GIMBAL LOCK* DAN PENGGUNAAN QUATERNION UNTUK MENGATASINYA

3.1 Gimbal Lock

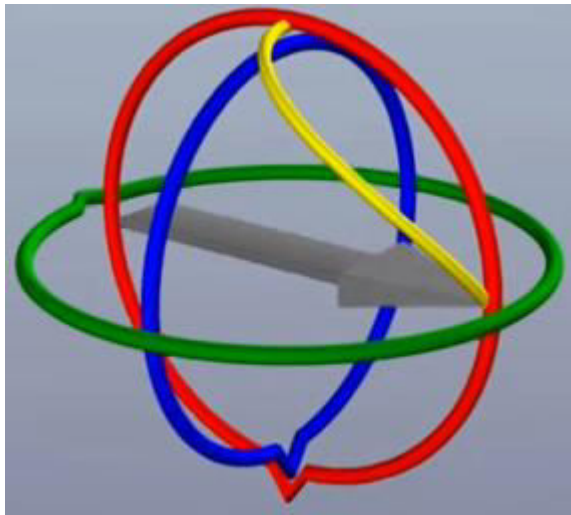
Salah satu representasi rotasi yang paling populer adalah menggunakan teori rotasi euler, dimana rotasi direpresentasikan dengan sudut dan 3 buah sumbu. Teori ini sangat mudah divisualisasikan karena rotasi pada setiap sumbu independen satu sama lain. Dengan metode ini, kita dapat memutar sebuah objek ke posisi apapun dengan mengubah sudut maupun urutan sumbu yang dirotasi.



Gambar 2 : Contoh kasus dimana 2 sumbu mengunci satu sama lain, dan objek (tanda panah) kehilangan derajat kebebasan.

Sumber : Guerilla CG

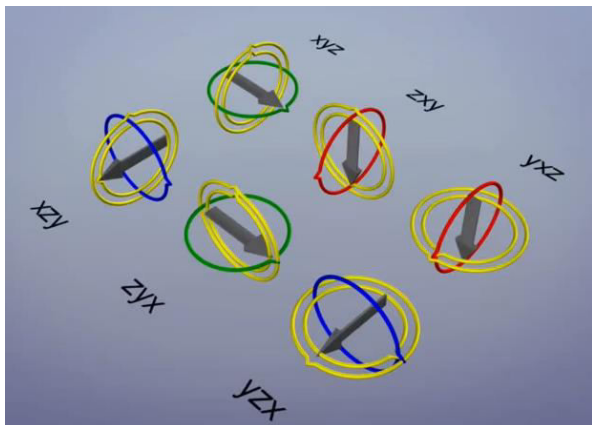
Namun, rotasi euler memiliki sebuah kelemahan, yaitu potensi terjadinya gimbal lock. Gimbal lock sendiri ialah suatu fenomena dimana derajat kebebasan sebuah mekanisme rotasi hilang akibat ada poros yang berada dalam posisi paralel yang sama. Untuk merotasi ke arah yang sumbu nya terkunci, objek harus diputar lebih dari satu kali, atau memutar lebih dari 1 sumbu sekaligus sehingga menyebabkan lintasan rotasi berbentuk parabola. Dalam kasus tersebut, tidak ada cara untuk merotasi objek ke suatu arah tertentu secara linear.



Gambar 3 : Keadaan setelah objek yang terkena gimbal lock dipaksa diputar. Terlihat bahwa gerakan berputar tidak sesuai yang diharapkan (berbelok) akibat terkuncinya sumbu putar.
 Sumber : Guerilla CG

Keadaan Gimbal Lock ini tidak ideal untuk berbagai kasus di sekitar manusia. Salah satunya adalah pada prinsip rotasi pada penerbangan, dimana rekayasa penerbangan menggunakan teori rotasi euler dengan 3 sumbu, yaitu sumbu vertikal, sumbu lateral, dan sumbu longitudinal untuk merepresentasikan rotasi sebuah objek (pesawat). Selain itu, Gimbal Lock juga memunculkan kesulitan pada pembuatan animasi yang melibatkan rotasi. Kehilangan 1 derajat kebebasan akan sangat menyulitkan karena gerakan rotasi tidak lagi ideal.

Suatu kasus nyata dimana gimbal lock menimbulkan masalah adalah pada penerbangan Apollo 11, dimana sistem 3 poros ternyata tidak cukup sempurna dan para astronot harus teliti dalam mengendalikan pesawatnya agar tidak mengalami gimbal lock.

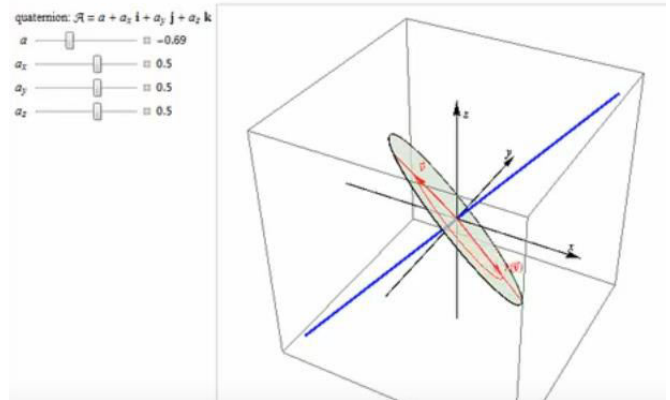


Gambar 4 : Berbagai kasus gimbal lock derajat dua yang mungkin terjadi.
 Sumber : Guerilla CG

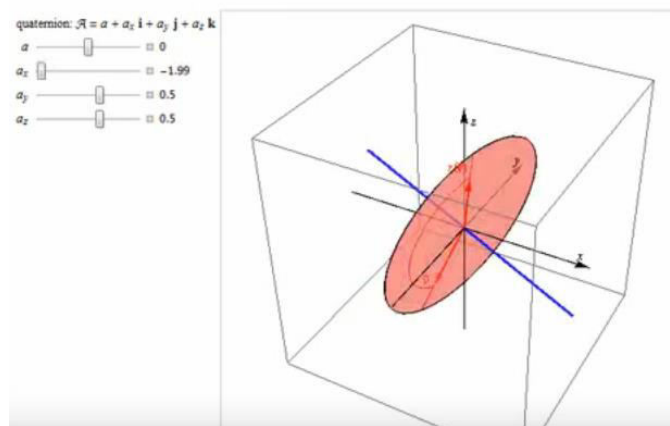
3.2 Ilustrasi Quaternion untuk Mengatasi Gimbal Lock

Suatu cara yang cukup efisien dan banyak digunakan dalam dunia komputer grafis untuk mengatasi gimbal lock adalah penggunaan quaternion. Struktur quaternion

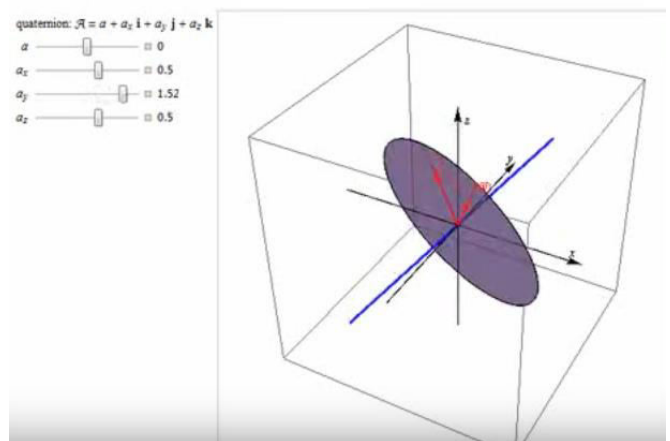
sendiri adalah sebuah bilangan dan sebuah vektor dengan bilangan imajiner. Berikut ini adalah beberapa contoh visualisasi dari quaternion $A = a + a_x i + a_y j + a_z k$ dimana nilai dari a , a_x , a_y , dan a_z dialterasi.



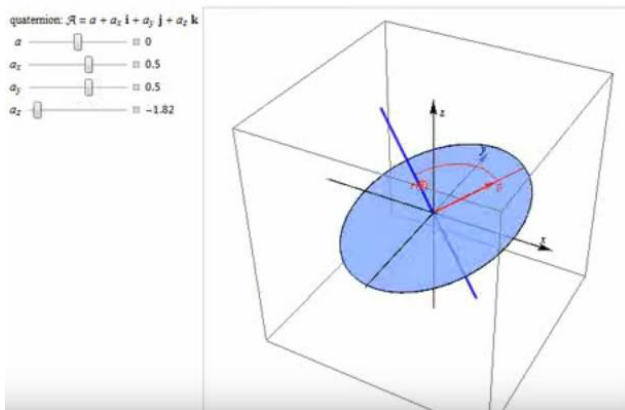
Gambar 5 : Contoh ilustrasi quaternion saat $a = -0.69$, $a_x=0.5$, $a_y=0.5$, dan $a_z=0.5$
 Sumber : demonstrations.wolfram.com



Gambar 6 : Contoh ilustrasi quaternion saat $a = 0$, $a_x=-1.99$, $a_y=0.5$, dan $a_z=0.5$
 Sumber : demonstrations.wolfram.com



Gambar 7 : Contoh ilustrasi quaternion saat $a = 0$, $a_x=0.5$, $a_y=1.52$, dan $a_z=0.5$
 Sumber : demonstrations.wolfram.com



Gambar 8 : Contoh ilustrasi quaternion saat $a = 0$, $a_x=0.5$, $a_y=0.5$, dan $a_z=-1.82$

Sumber : demonstrations.wolfram.com

Terlihat bahwa dengan sistem quaternion dimana rotasi direpresentasikan dengan bilangan kompleks dan vektor imajiner, tidak lagi ada kasus dimana sumbu terkunci ataupun derajat kebebasan hilang. Dengan ini, fenomena gimbal lock tidak akan terjadi.

IV. KELEBIHAN DAN KEKURANGAN PENGGUNAAN QUATERNION

Penggunaan quaternion sebagai representasi rotasi memiliki beberapa kelebihan dibandingkan representasi lain, diantaranya:

1. Quaternion menggunakan memori yang lebih sedikit bila dibandingkan dengan matriks rotasi, dimana quaternion hanya menghabiskan memory sebesar 4xfloat sedangkan matriks rotasi (3x3) menghabiskan memory sebesar 9xfloat.
2. Selain menghemat memori, quaternion juga bekerja lebih cepat karena translasi quaternion ke matriks dan penghitungannya lebih cepat dibandingkan translasi sudut Euler ke matriks.
3. Representasi quaternion lebih aman karena saat di interpolasi tidak terlalu terpengaruh oleh *rounding error* jika dibandingkan dengan representasi Matriks.
4. Quaternion merepresentasikan 1 rotasi dengan sumbu yang jelas terdefinisi, sehingga tidak menimbulkan potensi ambiguitas seperti pada sudut Euler yang menggunakan beberapa rotasi yang berpotensi ambigu jika dioperasikan dalam pemrograman.
5. Seperti yang telah dijelaskan, penggunaan quaternion dapat mencegah terjadinya gimbal lock yang cukup mengganggu pada berbagai kasus rotasi, yang mana dengan metode rotasi euler memerlukan kehati-hatian atau bahkan tambahan poros demi mengatasinya.

Namun quaternion pun memiliki beberapa kelemahan, antara lain:

1. Quaternion lebih sulit diilustrasikan dibandingkan dengan representasi Euler, dan secara konsep tidak praktis untuk dianalisa.
2. Quaternion kurang cocok untuk diimplementasikan pada rotasi yang melibatkan transformasi benda kaku (melibatkan translasi dan transformasi lainnya) dibandingkan dengan representasi lain karena bersifat lebih rumit.
3. Setelah dioperasikan terus menerus nilai pada quaternion dapat mengalami pergeseran sehingga harus dilakukan pengecekan apakah quaternion masih valid dan melakukan normalisasi jika sudah tidak valid.

Karena rotasi quaternion pun memiliki beberapa kelemahan, quaternion tidak dapat sepenuhnya menggantikan representasi rotasi Euler di segala bidang. Penggunaan representasi rotasi Euler masih lebih luas digunakan diluar komputer grafis karena lebih sederhana dan mudah dipahami pemula.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan dan ilustrasi di atas, terlihat bahwa penggunaan quaternion dapat mencegah terjadinya gimbal lock dan memberikan berbagai keunggulan jika dibandingkan dengan teori Euler. Pada bidang dimana kebebasan rotasi sangat diperlukan, quaternion lebih unggul dibandingkan dengan representasi yang lain, namun quaternion tidak dapat digunakan untuk transformasi bentuk. Dalam prakteknya, pemilihan representasi yang tepat sangat vital untuk fleksibilitas dan efisiensi.

VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama, penulis ingin memanjatkan puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa atas rahmat, berkat, dan hikmatNya yang telah menyertai penulis dari awal tugas ini diberikan sampai pada penyelesaian makalah ini. Penulis juga ingin mengucapkan syukur kepada kedua orang tua yang baik secara langsung maupun tidak langsung telah mendukung terselesaikannya makalah ini, baik dalam bentuk dukungan moral maupun materi. Penulis juga mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Bapak Rinaldi Munir yang telah mengamanahkan tugas ini kepada penulis serta kepada Bapak Judhi Santoso yang telah memberikan materi Aljabar Geometri pada penulis di akhir semester ini. Tidak lupa juga penulis berterimakasih pada rekan-rekan mahasiswa informatika 2014 yang berjuang bersama-sama penulis dalam proses kuliah di Informatika ITB.

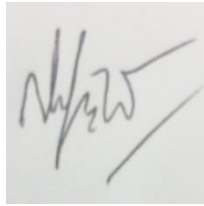
VIII. DAFTAR REFERENSI

www.xbdev.net/misc_demos/demos/quaternions_in_practice/paper,
diakses 22 November 2015
demonstrations.wolfram.com/FromQuaternionTo3DRotation/, diakses 21
November 2015
machinedesign.com/, diakses 21 November 2015
mathworld.wolfram.com , diakses 21 November 2015
science.howstuffworks.com, diakses 22 November 2015
stackoverflow.com , diakses 22 November 2015
Vince, John, Geometric Algebra for Computer Graphics, Springer
Verlag London Limited, 2008
youtube.com/user/GuerillaCG/ , diakses 20 November 2015

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 27 November 2015

A square image showing a handwritten signature in black ink on a light-colored background. The signature is stylized and appears to be 'N/W' followed by a flourish.

Nikolas Wangsaputra 13514048