Pengaplikasian Aljabar Linier untuk Menghitung Pertumbuhan Populasi Hewan Ternak

Sri Umay Nur'aini Sholihah (13514007)[1]

Program Studi Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

[1]sriumayns@students.itb.ac.id

***Abstract*—Pertumbuhan populasi pada usaha peternakan merupakan sesuatu yang penting untuk diketahui dalam rangka mempersiapkan hal yang yang mungkin dibutuhkan seiring dengan semakin banyaknya populasi hewan ternak yang dikelola oleh suatu peternakan. Oleh karena itu pemilik peternakan seharusnya dapat menghitung atau memprediksi pertumbuhan populasi hewan ternaknya untuk perencanaan usaha peternakan yang dimiliki, misal menentukan harga jual, kebutuhan peternakan dan juga unutk menunjang peternakan yang dimilikinya. Untuk itu deperlukan cara menghitung populasi yang efisien dan cukup akurat. Dalam makalah ini akan dibahas cara penghitungan pertumbuhan populasi hewan ternak dengan mengaplikasikan teori dalam aljabar linier.**

***Keywords*—populasi, aljabar linier .**

I. Pendahuluan

Peternakan adalah salah satu bentuk usaha dengan mengembangbiakkan hewan ternak atau membudidayakan hewan ternak dengan tujuan untuk memanfaafkan hasil dari kegiatan berternak tersebut.[1] Perternakan merupakan usaha yang banyak dikembangakan di Indonesia. Hasil dari peternakan yang ada di Indonesia selain digunakan untuk kebutuhan dalam negeri juga untuk di ekspor ke luar negeri. Namun akhir-akhir ini bisnis peternakan di Indonesia mulai tidak mencukupi bahkan untuk kebutuhan dalam negeri, sehingga sering terdengar kabar Indonesia mengimpor hasil ternak dari negara lain, misal Indonesia mengimpor daging sapi dari Australia untuk mencukupi kebutuhan daging dalam negeri.

Banyak faktor yang dapat mempengaruhi usaha peternakan. Salah satu faktor yang paling mempengaruhi adalah cara pengelolaan dari usaha peternakan itu sendiri. Secara jumlah, peternakan yang ada di Indonesia mungkin bisa dibilang cukup banyak, namun usaha peternakan yang dikelola secara profesional masih terbilang sedikit. Kebanyakan peternakan di Indonesia merupakan peternakan yang dikelola secara tradisional dan tidak terlalu memikirkna cara pengoptimalan hasil peternakan yang akan di dapat serta perencanaan untuk pengembangan usaha peternakan itu sendiri.

Salah satu bentuk usaha untuk pengelolaan usaha peternakan yang lebih profesional adalah dengan memonitor seluruh aspek dari usaha peternakan tersebut sebagai landasan unutk menentukan langkah yang akan diambil untuk kelangsungan atau perencanaan usaha peternakan itu kedepannya.

No	Jenis	Tahun		Pertumbuhan 2015 terhadap 2014 (%)
		2014	2015 Asem	
I.	**Populasi (000 ekor)**			
1	Sapi Perah	502,52	525,17	4,51
2	Sapi Potong	14.726,88	15.494,29	5,21
3	Kerbau	1.335,15	1.381,33	3,46
4	Kambing	18.639,53	18.879,60	1,29
5	Domba	16.091,84	16.509,33	2,59
6	Babi	7.694,13	8.043,79	4,54
7	Kuda	428,05	436,10	1,88
8	Ayam Buras	275.116,12	285.021,08	3,60
9	Ayam Ras Petelur	146.660,42	151.419,00	3,24
10	Ayam Ras Pedaging	1.443.349,12	1.497.625,66	3,76
11	Itik	45.268,46	46.875,31	3,55
II.	**Produksi Daging (000 ton)**			
1	Sapi	497,670	523,927	5,28
2	Kerbau	35,24	31,67	-10,12
3	Kambing	65,14	65,85	1,09
4	Domba	43,61	40,95	-6,10
5	Babi	302,29	319,11	5,57
6	Kuda	2,31	2,45	5,84
7	Ayam Buras	297,65	314,00	5,49
8	Ayam Ras Petelur	97,20	95,65	(1,59)
9	Ayam Ras Pedaging	1.544,38	1.627,11	5,36
10	Itik	33,18	34,84	5,02
III.	**Produksi Telur (000 ton)**			
11	Ayam Buras	184,64	191,76	3,86
12	Ayam Ras Petelur	1.244,31	1.289,7	3,65
13	Itik	273,06	282,60	3,49
IV.	**Produksi Susu (000 Ton)**	**800,8**	**805,4**	**0,58**

Gambar 1.1 Data Peternakan di Indonesia

Sumber : Direktorat Jendral Peternakan dan Kesehatan Hewan

Link : http://www.pertanian.go.id/Indikator/tabel-4-pop-prod-nak.pdf (Diakses pada 15 Desember 2015)

Salah satu aspek yang penting untuk dihitung dan di monitor terus menerus adalah pertumbuhan populasi hewan ternak yang merupakan aset utama dari sebuah peternakan. Penghitungan pertumbuhan populasi hewan ternak dapat menjadi landasan dalam perencarnaan anggaran peternakan sepeti perencanaan alokasi pakan, pelebaran kandang, pemberian vaksin, penentuan harga komoditas hasil peternakan dan lain-lain. Data pertumbuhan hasil populasi hewan ternak juga dapat digunakan untuk memonitor perkembangan usaha peternakan dan menjadi indikator apaka ada masalah yang perlu diselesaikan berkaitan dengan data populasi tersebut, misal data pada pertumbuhan populasi hewan ternak tiba-tiba mengalami penurunan yang tidak biasanya terjadi makan mungkin ada maslah yang harus diselesaikan, misalanya dlam kurun waktu tersebut banyak hewan ternak yang kurang sehat sehingga tidak produktif.

Pengihitungan pertumbuhan popolasi tentu bukan hal yang mudah dika sudah menyangkut hewan ternak dengan jumlah yang sangat banyak. Selain itu perhitungan pertumbuhan hewan ternak juga dibutuhkan sebelum waktunya, artinya populasi hewan ternak itu belum benar-benar ada, perhitungan dilakukan untuk memprediksi pertumbuhan di masa yang akan datang dan digunakan sebagai acuan untuk menentukan perencanaan kebtuhan peternakan atau sebaia target capaian dari suatu peternakan.

II. TEORI DASAR

1.1. Aljabar Linear

1.1.1 Pencarian Solusi Persamaan Linear

Persamaan linear merupakan operasi yang tediri dari operasi matematika antara beberapa koefisien dan/atau variabel.[2][4]

Contoh operasi linear :

$2x + 4y = 6$…(1)

$3x + 2y = 1$…(2)

Pencarian solusi dari persamaan linear seperti diatas adalah mencari nilai dari variabel yang memenuhi persamaan yang telah diberikan. Percarian solusi dari persamaan linear dapat menggunakan beberapa cara, antara lain sebagai berikut.[2]

1. Eliminasi

Eliminasi dilakuakan dengan menghilangkan varible hingga tersia variabel (eliminasi) saja sehingga dapat diketahui hasilnya.[2] Misalnya untuk mescari solusi dari persamaan (1) dan (2), dapat ditentukan dengan :

$$\text{persamaan}(1) - 2 \times \text{persamaan}(2) = -4x = 4$$

maka, x = -1 dan dengan substitusi x ke persamaan awal, misal disubstitusikan ke persamaan (1) menjadi :

$$2(-1) + 4y = 6$$

sehingga didapat y = 2

2. Determinan

Penyelesaian menggunakan determinan adalah dengan mencari determinan dari koefisien persamaan dengan mengabaikan koefisien dari variabel (variabel yang ingin dicari nilainya) tertentu beserta hasil persamaan dibagi dengan determinan dari koefisien setiap variabel.[2]

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{2-18}{4-12} = 2$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{12-4}{4-12} = -1$$

1.1.2 Matriks

Matrik adalah salah satu cara untuk merepresentasikan persamaan linear.[2] Matriks direpresentasikan dengan deretan angka dua dimensi (berbentuk kotak), misal unutk matriks M dengan ukurann m×n, dnegan m merupakan banyak baris dan n merupakan banyak kolom, maka matriks berisi m×n elemen.[4] Misal matriks M = $[a_{ij}]$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Gambar 2.1 Skema untuk Matriks berukuran m×n
Sumber : [4]

Solusi persamaan linear juga dapat dicari dengan pemanfaatan matriks, terutama jika persamaannya terdiri dari banyak persamaan dan variabel, penyelesaian dengan matriks akan lebih mudah dari pada cara yang telah diberikan sebelumnya. Misalkan diberikan sistem persamaan linear sebagai berikut.

$x + y + z = 6$

$2x + y + 2z = 12$

$x + 2y + 3z = 14$

maka dapat dibentuk matriks koefisien dari persamaan tersebut sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Berikut adalah matriks augmeted dari sistem persamaan tersebut. Matriks augmented merupakan matrik dari koefisien sistem persamaan linear dengan ditambahkan satu kolom lagi yang merupakan kolom yang berisi hasil dari persamaan (merupakan konstanata).[4]

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 2 & 10 \\ 1 & 2 & 3 & 14 \end{bmatrix}$$

Untuk mecari solusi dari sistem persamaan linearnya makan matriks augmented tersebut harus diubah menjadi matriks eselon seperti berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Dari matriks eselon tersebut makan di dapatkan persamaan beritkut.

$x + y + z = 6$

$y + 0 = 2$

$z = 3$

Maka didapatkan z = 3, y =2, dan x =1.

Pengubahan dari matriks augmented ke matriks eselon ini dengan menggunakan operasi eliminasi Gauss atau eliminasi Gauss-Jordan yang akan dijelaskan berikutnya.

1.1.3 Eliminasi Gauss dan Eliminasi Gauss-Jordan

Eliminasi Gauss dan eliminasi Gauss-Jordan merupakan salah satu cara untuk mencari solusi dari persamaan linear dengan menggunakan matriks.

1. Eliminasi Gauss

Eliminasi Gauss mengubah matriks augmented menjadi matriks eselon dengan ketentuan sebagain berikut.

a. Elemen bukan nol pertama dari setiap baris (dari paling kiri) pada matriks harus berupa angka 1.[4]
b. Baris dengan letak angka 1 pertama yang paling kiri diletakkan di atas baris dengan angka 1 pertama yang lebih kanan.[4]
c. Baris yang seluruh elemennya nol diletakkan pada baris paling bawah (semakin banyak elemen nol dari sebelah kiri, semakin dibawah posisi dari beris tersebut).[4]

Berikut adalah contoh-contoh martriks eselon.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Gambar 1.2 Comtoh matriks eselon
Sumber : [4]

Berikut adalah contoh pengubahan dari matriks augmented ke matrik eselon dengan eliminasi Gauss.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 2 & 10 \\ 1 & 2 & 3 & 14 \end{bmatrix} \begin{matrix} R1 \\ R2 \\ R3 \end{matrix}$$

Matriks augemented dengan Rn menyatakan baris ke-N. Pengubahan dari matriks augmented ke matriks eselon ini dilakukan dengan menerapkan operasi matematika sederhana seperti penjumlahan dan perkalian antar barisnya.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ R2-2R1 \\ R3-R1 \end{matrix}$$

Karena angka pertama bukan nol sama dengan 1, maka baris satu dia perlu diubah.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix} (-1)R2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ (-1)R2 \\ R3-R1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \frac{R3}{2}$$

Dari matriks eselon tersebut makan di dapatkan persamaan beritkut.

x + y + z = 6

y + 0 = 2

z = 3

Maka didapatkan z = 3, y =2, dan x =1.

2. Eliminasi Gauss-Jordan

Eliminasi Gauss-Jordan merupakan lanjutan dari matriks Gauss sehingga hanya ada satu angka bukan nol (angka 1) yang tersisa di setiap baris. Cara unutk melakukan eliminasi Gauss-Jordan sama dengan eliminasi Gauss, hanya sekarang dilakukan dengan urutan terbalik.[4]

Misal dari matriks dari hasil eliminasi Gauss sebelumnya akan dilanjutkan dengan eliminasi Gauss-Jordan.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Langkah selanjuta adala menjadikan seluruh baris hanya berisi satua angka bukan nol atau hanya ada satu angka 1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} R1-R2-R3 \\ \\ \end{matrix}$$

Dari matriks tersebut sufah jelas terlihat nilai bahwa nilai x =1, y = 2, dan z = 3.

1.1.4 Operasi Matriks

1. Kolom matriks

Untuk merepresentasikan sistem persamaan linier, dapat digunaka kolom matriks. Miasala untuk sistem persamaan berikut.

x + y + z = 6

2x + y + 2z = 12

x + 2y + 3z = 14

Pembentukan kolom matriks didasarkan pada kolomnya, yaitu konstanta dengan variabel yang sama akan menempati satu matriks dan konstanta atau hasilnya juga akan menempati satu matrik sehingga hasilnya seperti berikut.[4]

$$x\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} + y\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} + z\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 12 \\ 14 \end{bmatrix}$$

2. Penjumlahan

Penjumlahan dua buah matriks, misal matriks A dan matriks B dengan ukuran yang sama, merupakan penjumlahan dari setiap elemen matriks A dengan matriks B yang memiliki alamat yang sama.[3][4][5]

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m1}+b_{m1} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix}$$

Gambar 1.3 Skema untuk penjumlahan matriks
Sumber : [4]

3. Perkalian matriks

Perkalian matriks ada dua jenis, yang pertama adalah perkalian matriks dengan skalar, yang kedua perkalian matriks dengan matrik. Perkalian matriks dengan skalar emrupakan perkalian antara semua masing-masing elemen matriks dengan skalar tersebut. [3][4][5]

Misal perkalian antara matriks A dengan skalar c, maka dapat dituliskan sebagai berikut.

$$cA = c\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ca_{11} & ca_{12} & \cdots & ca_{1n} \\ ca_{21} & ca_{22} & \cdots & ca_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ca_{m1} & ca_{m1} & \cdots & ca_{mn} \end{bmatrix}$$

Gambar 1.4 Skema untuk perkalian matriks dengan skalar
Sumber : [4]

Perkalian matriks dengan matriks memiliki aturan yang lebih rumit. Misal untuk perkalian antara matriks A dengan ukuran m×n dan matriks B dengan ukuran n×p, maka akan menghasilkan matriks C dengan ukuran m×p dengan elemen dari matriks c_{ij} merupakan penjumlahan dari perkalian antara masing-masing elemen dari matriks A pada baris i dan elemen matriks B pada kolom j. [3][4][5]

$$AB = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{kp} \\ \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kp} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^{n} a_{mk}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{mk}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{mk}b_{kp} \end{bmatrix}$$

Gambar 1.3 Skema untuk perkalian matriks dengan matriks
Sumber : [4]

Dari pengertian diatas juga dapat disimpulkan, jadi syarat dua buah matriks dapat dikalikan adalaha apabila jumlah kolom antara matriks pertama sama dengan jumlah baris pada matriks kedua.

III. Analisis Permasalahan

Penghitungan petumbuhan populasi hewan ternak merupakan permasalahan yang tidak mudah dan dapat diselesaikan dengan kalkulasi biasa. Penghitungan pertumbuhan populasi ini ditentukan oleh beberapa kondisi yang mungkin harus diperhitungkan seperti usia produktif serta umur maksimal dari hewan ternak tersebut, juga kondisi hewan ternak memiliki yang pola tertentu pada kondisi tertentu dalam perkembang biakannya.

Penghitungan pertumbuhan populasi hewan ternak ini penting untuk perencanaan kedepan dalam usaha peternakan sehingga usaha peternakan dapat berkembang dengan baik dan menghasilakan hasil pertanian yang maksimal. Hasil penghitungn juga dapat dijadikan acuan apakah usaha peternakan yang telah jalankan berjalan dengan baik atau jika dibandingkan perencanaan awal.

Untuk itu penghitungan pupolasi hewan ternak perlu dilakukan dengan cara yang benar dan sebisa mungkin memenuhi kondisi dari hewan ternak tersebut agar data hasil perhitungan yang didapat bisa digunakan dengan dengan baik.

IV. Pembahasan

Dalam usaha peternakan, sebagai awal usaha pemiliki usaha akan menbeli sejumlah hewan ternak dengan kondisi tertentuk kemudian hewan ternak tersebut akan deikembangabiakkan sehingga jumlahnya bertambah. Dalam keberjalanannya, pemilik usaha akan meprediksi hasil yang mungkin didapat dalam kurun waktu tertentu, misal jika seoran pemilik peternakan domba membeli sejumlah n domba dengan kondisi tertentu, maka ia akan memprediksi hasil yang mungkin didapat dalam satu tahun dengan beternak domba dari modal awal sejumlah n tersebut. Misal untuk satu tahun ia memprediksi jumlah dombanya akan menjadi n+5, jadi ada 5 domba baru yang dilahirkan oleh domba yang dibeli di awal. Namun perhitungan ini tidak sesederhana itu. Kondisi dari domba tersebut akan meempengaruhi pertumbuhan populasi dari domba tersebut. Misal untuk tahun kedua, domba yang dilahirkan pada tahun pertama belum bisa bereprodukasi sehingga sehingga tidak ada domba yang dihasilkan dari domba tersebut, nammun domba yang menjadi modal awal tetap bisa bereproduksi jadi penambahan di tahun kedua hanya berasal dari domba awal. Namun pada tahun ketiga, domba yang dilahirkan pada tahun pertama sudah dapat bereproduksi dan menghasilkan keturunan, maka penambahan jumlah populasinya semakin banyak jika pada tahun ketiga domba awal juga masih bisa bereproduksi. Namun domba yang lahir pada tahun kedua belum bisa bereproduksi jadi tidak menyumbang pada pertumbuhan populasi. Hal itu terjadi terus menerus dan tentu akan sulit untuk dihitung apalagi dengan jumlah yang besar.

Pemodelan dimulai dari permasalah penghitungan populasi yang paling sederhana berikut ini. Misalkan sepasang sepasan hamster akan mengahasilkan sepasang keturunan dimulai dari bulan pertama masa hidupnya dan juga menghasilkan keturunan setiap bulan-bulan berikutnya. Maka ditentukan awalnya, yaitu pada bulan ke-0, jumlah pasangan hamster adalah sebagai berikut.

$$\bar{x}^{(0)} = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} \begin{matrix} muda \\ dewasa \end{matrix}$$

Pada bulan-bulan selanjutnya, jumlah pasangan kelinci setelah melalu k bulan ($\bar{x}^{(k)}$), dapat ditentukan sebagai berikut dengan asumsi tidak ada hamster yang mati selama melewati k bulan tersebut.

P_k = (jumlah hamster pada bulan k-1) + (jumlah hamster yang lahir pada bulan k)
= (jumlah hamster pada bulan k-1) + (jumlah hamster pada bulan k-2)

$P_k = P_{k-1} + P_{k-2}$

Dari persamaan diatas dapat kita lihat permasaan akan membentuk relasi rekursi, lebih tepatkan persamaan diatas merupakan relasi Fibonacci yang akan menghasilkan deret Fibonacci. Untuk itu bentuk relasi Fibonacci tersebut dengan matrik sehingga menjadi

$$\bar{x}^{(k)} = \begin{bmatrix} P_{k-1} \\ P_k \end{bmatrix} \begin{matrix} muda \\ dewasa \end{matrix}$$

dan

$$\bar{x}^{(k-1)} = \begin{bmatrix} P_{k-2} \\ P_{k-1} \end{bmatrix} \begin{matrix} muda \\ dewasa \end{matrix}$$

maka cari matriks pengali A yang membuat $\bar{x}^{(k)} = A\bar{x}^{(k-1)}$, hasilnya sebagai berikut

$$A\bar{x}^{(k-1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{k-2} \\ P_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{k-1} \\ (P_{k-1} + P_{k-2}) \end{bmatrix} \begin{matrix} muda \\ dewasa \end{matrix}$$

dengan $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$,
karena $P_k = P_{k-1} + P_{k-2}$ maka,

$$\bar{x}^{(k)} = A\bar{x}^{(k-1)} = \begin{bmatrix} P_{k-1} \\ (P_{k-1} + P_{k-2}) \end{bmatrix} \begin{matrix} muda \\ dewasa \end{matrix}$$

adalah persamaan untuk mencari populasi hamster pada bulan ke-k. Misal untuk mencari popilasi hamster pada bulan ke-3, maka

$$\bar{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} muda \\ dewasa \end{matrix}$$

$$\bar{x}^{(1)} = A\bar{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} muda \\ dewasa \end{matrix}$$

$$\bar{x}^{(2)} = A\bar{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} muda \\ dewasa \end{matrix}$$

$$\bar{x}^{(3)} = A\bar{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} muda \\ dewasa \end{matrix}$$

maka di dapatkan populasi hamster pada bulan ketiga adalah P = 1 + 2 = 3 pasang hamster, dengan 2 pasang hamster dewasa dan 1 pasang hamster muda.
Selain di hitung bertahap seperti cara diatas, penghitungna populasi juga data dilakukan dengan cara berikut.
$\bar{x}^{(1)} = A\bar{x}^{(0)}$
$\bar{x}^{(2)} = A\bar{x}^{(1)} = A\left(A\bar{x}^{(0)}\right) = A^2\bar{x}^{(0)}$
$\bar{x}^{(3)} = A\bar{x}^{(2)} = A\left(A^2\bar{x}^{(0)}\right) = A^3\bar{x}^{(0)}$
maka persamaan dapat disederhanakan menjadi,

$$\bar{x}^{(k)} = A^k\bar{x}^{(ko)}$$

dengan k adalah bulan ke-k dan $\bar{x}^{(ko)}$ adalah jumlah awal hamster.

Namun permasalah yang dibahas tadi tentu tidak mendekati ideal sebab, asumsi hamster tidak pernah mati dan tingkat reproduksinya selalu tetap tidak sesuai dengan keadaan yang sesungguhnya. Untuk menambahkan batasan-batasan atau kondisi tertentu dalam penghitungan populasi ini sebenarnya hanya perlu mengubah matriks pengali A saja. Jadi rumus diatas merupakan rumus yang dapat dipakai secra umum. Untuk lebih jelasnya akan dijelaskan di contoh kasus.

Kasus :
Asep ingin beternak domba, untuk itu ia membeli sejumlah domba sebagai berikut.

18 pasang domba yang baru dilahirkan.
10 pasang domba dewasa (umur 1 tahun).
8 pasang domba dewasa (umur 2 tahun).

dengan kondisi yang diketahui tentang perkembangbiakan domba adalah sebagai berikut.

1. Domba dengan umur dibawah 1 tahun belum bisa menghasilkan keturunan.
2. Domba dengan umur 1 tahun dapat menghasilkan rata-rata 2 pasang domba setiap tahunnya.
3. Domba dengan umur 2 tahun bisa menghasilkan rata-rata 3 pasang domba setiap tahunnya.

Jika ia berencana menjual semua dombanya yang sudah berusia diatas 3 tahun di akhir tahun pertama, berapa banyak domba yang dimiliki Asep setelah tahun pertamanya beternak domba?

Pembahasan :
Seperti yang telah dijelaskan pada rumus unutk mencari populasi hamster sebelumnya, anggap domba adalah haster maka rumus

$$\bar{x}^{(k)} = A^k\bar{x}^{(ko)}$$

dapat digunakan. Namun sebelumnya matriks pengali A harus ditentukan untuk kondisi pada kasus. Didapatkan A sebgaai berikut.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Baris pertama merupakan faktor pengali untuk domba baru yang dilahirkan oleh domba yang berusia 1 tahun dan 2 tahun. Baris pertama merupakan faktor pengali untuk domba yang memasuki umur 1 tahun setelah berjalan satu tahun. Sementara baris terakhir merupakan faktor pengali untuk domba yang memasuki umur 2 tahun setelah berjalan satu tahun.

Dengan domba awal yang dimiliki Asep adalah sebagai berikut.

$$\bar{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 18 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} \begin{matrix} baru\ lahir \\ 1\ tahun \\ 2\ tahun \end{matrix}$$

Maka setelah satu tahun domba yang dimiliki Asep menjadi

$$\bar{x}^{(1)} = A\bar{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 18 \\ 10 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\bar{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} 2(10) + 3(8) \\ 1(18) \\ 1(10) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 44 \\ 18 \\ 10 \end{bmatrix} \begin{matrix} baru\ lahir \\ 1\ tahun \\ 2\ tahun \end{matrix}$$

Dari hasil perhitunga dapat diketahui jumlah ternak domba Asep setelah satu tahun adalah sebagai berikut.

4 pasang domba yang baru dilahirkan.

18 pasang domba dewasa (umur 1 tahun).

10 pasang domba dewasa (umur 2 tahun).

Sementara pada tahun pertama tersebut Asep menjual 8 domba yang berusia 3 tahun (oleh karena itu tidak ad faktor pengali untuk domba yang berusia 2 tahun sebab sudah tidak dimasukkan perhitungan domba milik Asep).

V. KESIMPULAN

Pengitungan pertumbuhan hewan ternak pada suatu peternakan merupakan salah satu hal penting dilakukan untuk perkembangan usaha dan perencanaan dari usaha peternakan itu sendiri. Namun penhitungan populasi ini cukup sulit jika harus dilakukan secara manual dan meliputi jumlah yang banyak, untuk itu dalam makalah ini dibahas alternatif cara untuk menghitung pertumbuhan populasi hewan ternak dengan menggunakan teori dalam aljabar linier. Penghitungan pertumbuhan populasi dengan menggunakan aplikasi aljabar linier ini cukup efektif karena kondisi dari populasi dapat diperhitungkan dimasukkan secara fleksibel ke dalam rumus tertentu.

VI. PENUTUP

Puji syukur saya panjatkan kepada Allah SWT karena atas rahmatNya saya diberikan kekuatan untuk menyelesikan makalah ini. Saya juga mengucapkan terima kasih kepada orang tua yang selalu mendukung segala kegiatan yang saya lakukan, baik dengan bantual moral maupun material. Selanjutnya saya juga mengucapkan terima kasih kepada Bapak Rinaldi Munir dan Bapak Judhi Santoso selaku dosen mata kuliah Aljabar Geometri yang teori didalamanya saya gunakan untuk menulis makalah ini. Terima kasih juga saya ucapkan kepada semua pihak yang membantu terselesaikannya makalah ini, baik secara langsung maupun tidak langsung, yang tidak dapat saya sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari masih banyak kekurangan dalam makalah ini, karena itu kritik dan saran sangat disilakan.

REFERENCES

[1] Rasyaf, M. 1994. Manajemen Peternakan Ayam Kampung. Yogyakarta: Kanisius.

[2] Strang, Gilbert, *Linear Algebra and Its Application 4th edition*. Brook Cole, 2005, ISBN 978-0-03-010567-8.

[3] Adiwijaya, *Aljabar Linear Elementer*.

[4] Pearse, Erin, “Lecturer’s Note : Applied Matrix Algebra” [online]. link : http://www.calpoly.edu/~epearse/resources/Math023-BusinessLA/lecture-notes.pdf, diakses pada 11 Desember 2015.

[5] Treil, Serge. *Linear Algebra Done Wrong*. Departmen of Mathematics, Brown University, 2009.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 15 Desember 2015

Sri Umay Nur’aini Sholihah
(13514007)