

Penerapan Sistem Persamaan Lanjar dalam Penyetaraan Reaksi Kimia

Nugroho Satriyanto – 13514038
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13514038@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Persamaan reaksi kimia adalah hal yang menunjukkan proses perubahan kimia. Karena reaksi kimia memenuhi hukum kekekalan massa, reaksi kimia harus setara. Ada dua cara menyetarakan persamaan, yaitu dengan trial and error dan dengan sistem persamaan lanjar.

Kata Kunci—koefisien, matriks, persamaan, reaksi kimia.

I. PENDAHULUAN

Persamaan kimia adalah representasi simbolik dari suatu reaksi kimia dalam bentuk simbol dan formula. Reaksi kimia dinyatakan dengan reaktan di ruas sebelah kiri dan produk di ruas sebelah kanan.

Pada reaksi kimia jumlah tiap-tiap atom yang terlibat dalam reaksi, sebelum dan sesudah reaksi haruslah sama, sesuai dengan hukum kekekalan massa. Jika jumlah atom dan muatan pada suatu reaksi kimia telah setara, maka reaksi dikatakan reaksi seimbang atau setara. Penyetaraan reaksi menjadi penting karena koefisien dari reaksi kimia setara menunjukkan kuantitas dari zat, bisa jadi perbandingan jumlah zat, volum, massa, atau pH. Perbandingan ini nantinya dapat diperoleh dengan perhitungan yang dinamakan sebagai stokiometri.

Pada dasarnya, reaksi setara bisa didapatkan melalui dua proses, yang pertama adalah trial and error dan yang kedua menggunakan persamaan lanjar dalam penyelesaiannya. Metode trial and error dilakukan dengan cara menaruh koefisien satu pada senyawa paling kompleks pada reaksi dan menyesuaikan sisanya.

Metode trial and error mudah untuk diterapkan dan dapat berhasil untuk hampir setiap kasus, namun metode trial and error akan memakan banyak waktu jika yang akan diselesaikan adalah persamaan reaksi yang rumit yang terdapat banyak senyawa kompleks di dalamnya. Untuk menyelesaikan permasalahan ini, dilakukanlah cara kedua yaitu metode dengan persamaan lanjar.

II. LANDASAN TEORI

2.1 Persamaan Reaksi Kimia

Persamaan kimia adalah representasi simbolik dari suatu reaksi kimia dalam bentuk simbol dan formula.

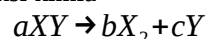
Reaksi kimia dinyatakan dengan reaktan di ruas sebelah kiri dan produk di ruas sebelah kanan.

Dalam makalah ini, penulis akan membahas 3 jenis reaksi kimia, yaitu

- reaksi kimia biasa tanpa melibatkan muatan, reduksi maupun oksidasi,
- reaksi kimia dengan muatan
- reaksi kimia reduksi-oksidasi (redoks)

2.1.1 Reaksi kimia biasa

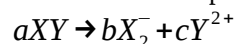
Pada penyetaraan reaksi kimia ini hanya perlu menyetarakan jumlah atom-atomnya. Misalkan pada reaksi kimia



ini berarti pada ruas kiri terdapat a atom X dan a atom Y. Sementara pada ruas kanan terdapat 2b atom X dan c atom Y. Jumlah atom X dan Y haruslah disetarakan dengan cara menentukan nilai a, b, dan c yang tepat.

2.1.2 Reaksi kimia dengan muatan

Pada reaksi kimia ini, selain perlu menyetarakan jumlah atom-atomnya, jumlah muatan juga perlu disetarakan. Misalkan pada reaksi kimia

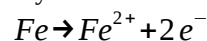


ini berarti ada total muatan 0 pada ruas kiri dan total muatan (2c-b) pada ruas kanan. Nilai a, b, dan c juga harus diubah untuk menyamakan jumlah muatan pada reaksi ini.

3.1.3 Reaksi kimia reduksi-oksidasi (redoks)

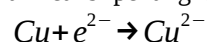
Reaksi kimia ini sedikit berbeda dengan dua reaksi di atas, karena dalam reaksi ini terdapat perpindahan elektron dari suatu unsur atau senyawa ke unsur atau senyawa lain.

Reaksi oksidasi adalah reaksi pelepasan elektron, misalnya



dalam hal ini, besi dikatakan teroksidasi menjadi Fe^{2+} dan besi mengalami penambahan bilangan oksidasi.

Berkebalikan dengan reaksi oksidasi, reaksi reduksi adalah reaksi penangkapan elektron, misalnya



dalam hal ini Cu dikatakan tereduksi menjadi Cu^{2-} dan Cu mengalami penurunan bilangan oksidasi.

2.2 Definisi Aljabar Lanjar

Informasi dalam sains, bisnis dan matematika sering kali diberikan dalam bentuk baris dan kolom yang membentuk persegi panjang yang dinamakan matriks. Suatu persamaan garis dapat diubah dalam bentuk matriks yang nantinya dapat diselesaikan dengan operasi matriks. Tidak hanya sebagai cara menyelesaikan persamaan lanjar, matriks juga dapat digunakan untuk tujuan lain. Studi tentang matriks dan topik yang berhubungan dengannya adalah apa yang dinamakan dengan aljabar lanjar.

2.3 Persamaan Lanjar

2.2.1 Definisi Persamaan Lanjar

Pada ruang dua dimensi, persamaan garis yang terletak dalam ruang itu adalah

$$ax + by = c \quad (\text{a dan b salah satunya bukan 0}).$$

Sementara pada ruang tiga dimensi persamaan garisnya menjadi.

$$ax + by + cz = d \quad (\text{a, b, dan c salah satunya bukan 0}).$$

Kedua persamaan di atas adalah contoh persamaan lanjar. Secara lebih umum, dapat disimpulkan bahwa persamaan lanjar memiliki bentuk

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n = b$$

dengan $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ tidak semuanya nol.

Dalam kasus tertentu di mana $b=0$, persamaan akan disebut sebagai persamaan homogen.

2.2.2 Solusi Persamaan Lanjar

Persamaan lanjar memiliki tiga kemungkinan. Kemungkinan pertama adalah memiliki solusi trivial, solusi ini bersifat unik. Kemungkinan jenis kedua adalah tidak mempunyai solusi, hal ini disebabkan karena garis pada persamaan saling sejajar dan tidak berpotongan. Kemungkinan ketiga adalah memiliki tak terhingga banyaknya solusi. Kemungkinan ketiga ini disebabkan karena garis-garis pada sistem persamaan lanjar saling berimpit atau dapat disebut persamaan tersebut direpresentasikan dengan garis yang sama.

Berdasarkan tiga kemungkinan sistem persamaan lanjar, sistem persamaan lanjar dibagi menjadi dua jenis, yaitu konsisten dan tidak konsisten. Suatu sistem persamaan lanjar disebut konsisten jika dan hanya jika memiliki minimal satu buah solusi. Jika sistem persamaan lanjar tidak memiliki solusi, maka disebut tidak konsisten.

2.2.3 Matriks dan Operasi Baris Elementer

Untuk dapat menyederhanakan suatu sistem persamaan lanjar, sistem persamaan lanjar yang berbentuk seperti dibawah ini

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

\vdots

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

dapat dibentuk menjadi suatu matriks

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{matrix}$$

Setelah mendapatkan bentuk matriks suatu sistem persamaan lanjar, matriks ini dapat digunakan untuk mendapatkan solusi dengan cara melakukan operasi baris elementer (selanjutnya penulis akan menyingkatnya dengan OBE). Terdapat tiga jenis OBE yang dapat dilakukan, yaitu:

- mengalikan semua elemen pada satu baris dengan konstanta tertentu selain nol,
- menukarkan posisi dua baris yang berbeda,
- menambahkan suatu baris terhadap baris lain.

2.2.4 Eliminasi Gauss-Jordan

Salah satu cara untuk menentukan solusi dari sistem persamaan lanjar adalah dengan metode eliminasi Gauss-Jordan.

Eliminasi Gauss-Jordan adalah metode yang digunakan untuk mengubah matriks dari sistem persamaan lanjar menjadi matriks eselon-baris tereduksi. Matriks eselon-baris tereduksi memiliki bentuk sebagai berikut.

$$\begin{matrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & b_1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & b_m \end{matrix}$$

Eliminasi Gauss-Jordan pada dasarnya menggunakan OBE untuk mencapai bentuk matriks eselon-baris tereduksi.

Setelah matriks berbentuk seperti diatas, solusinya adalah.

$$x_1 = b_1$$

$$x_2 = b_2$$

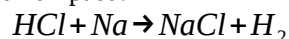
\vdots

$$x_n = b_n$$

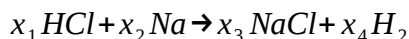
III. PENERAPAN SISTEM PERSAMAAN LANJAR DALAM PENYETARAAN REAKSI KIMIA

3.1. Mengubah Persamaan Reaksi Kimia menjadi Sistem Persamaan Lanjar

Pada persamaan reaksi kimia setara, jumlah setiap atom sebelum dan sesudah reaksi haruslah sama. Sehingga untuk mengubah persamaan kimia menjadi sistem persamaan lanjar, setiap atom diubah menjadi satu buah persamaan terlebih dahulu, kemudian persamaan tersebut diubah menjadi matriks eselon-baris tereduksi. Misalkan pada:



Pertama, misalkan koefisien masing-masing adalah x_1, x_2, x_3 , dan x_4 .



Langkah kedua adalah menentukan persamaan lanjar tiap atom dan membentuk matriksnya.

$$x_1 = 2x_4 \text{ (pada hidrogen)}$$

$$x_1 = x_3 \text{ (pada klorin)}$$

$$x_2 = x_3 \text{ (pada natrium)}$$

Ketiga persamaan di atas dapat ditulis dalam matriks

$$1 \ 0 \ 0 \ -2 \ 0$$

$$1 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0$$

$$0 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0$$

Matriks eselon-baris tereduksinya adalah.

$$1 \ 0 \ 0 \ -2 \ 0$$

$$0 \ 1 \ 0 \ -2 \ 0$$

$$0 \ 0 \ 1 \ -2 \ 0$$

solusinya adalah.

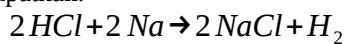
$$x_1 = 2c$$

$$x_2 = 2c$$

$$x_3 = 2c$$

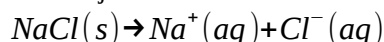
$$x_4 = c$$

Solusi dari matriks ini tidak trivial karena persamaan reaksi kimia memanglah tetap sama apabila semua koefisiennya dikalikan dengan suatu bilangan tertentu. Tetapi menurut konvensi, digunakan koefisien terkecil. Oleh karena itu solusi persamaan reaksi kimia setara didapatkan dengan mensubstitusi c dengan 1 sehingga didapatkan.



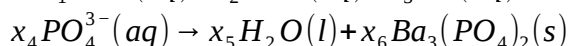
3.2. Menyelesaikan Persamaan Reaksi Kimia Ionik

Persamaan Reaksi Kimia Ionik adalah reaksi kimia yang melibatkan senyawa ionik. Di dalam air, senyawa ionik akan berubah menjadi ion-ionnya, contoh senyawa ionik adalah garam. Di dalam air garam dapur akan berubah menjadi.



Dalam menyelesaikan persamaan reaksi kimia ionik, selain harus menyetarakan atom-atomnya, jumlah muatan tiap-tiap ruas haruslah sama. Sehingga jumlah persamaan akan bertambah satu.

Contoh reaksi ionik adalah



persamaan reaksi ini dapat diubah menjadi persamaan lanjar berikut.

$$x_1 - 3x_6 = 0 \text{ (Ba)}$$

$$x_2 + 4x_4 - x_5 - 8x_6 = 0 \text{ (O)}$$

$$x_2 + x_3 - 2x_5 = 0 \text{ (H)}$$

$$x_4 - 2x_6 = 0 \text{ (P)}$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \text{ (muatan)}$$

bentuk matriksnya adalah.

$$1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -3 \ 0$$

$$0 \ 1 \ 0 \ 4 \ -1 \ 0 \ 0$$

$$0 \ 1 \ 1 \ 0 \ -2 \ 0 \ 0$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ -2 \ 0$$

$$2 \ -1 \ 1 \ -3 \ 0 \ 0 \ 0$$

Setelah melakukan beberapa OBE, diperoleh matriks eselon-baris tereduksi

$$1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -3 \ 0$$

$$0 \ 1 \ 0 \ 4 \ -1 \ 0 \ 0$$

$$0 \ 1 \ 1 \ 0 \ -2 \ 0 \ 0$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ -2 \ 0$$

$$2 \ -1 \ 1 \ -3 \ 0 \ 0 \ 0$$

matriks tersebut memiliki solusi

$$x_1 = 3c$$

$$x_2 = 6c$$

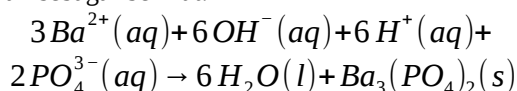
$$x_3 = 6c$$

$$x_4 = 2c$$

$$x_5 = 6c$$

$$x_6 = c$$

dengan mensubstitusi c=1, diperoleh reaksi setaranya adalah sebagai berikut.



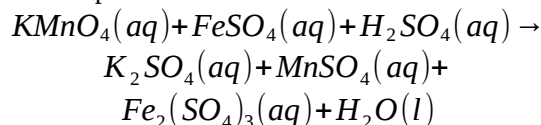
Reaksi kimia di atas sudah setara baik atom-atomnya maupun muatannya.

3.3 Menyetarakan Reaksi Redoks

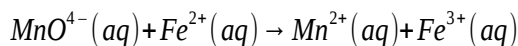
Untuk menyetarakan reaksi redoks, dibutuhkan cara khusus yang sedikit berbeda dengan reaksi kimia lainnya. Hal ini dikarenakan dalam reaksi redoks terdapat perpindahan elektron dari suatu unsur atau senyawa ke unsur atau senyawa lain. Perpindahan elektron ini mungkin tidak dituliskan dalam reaksi kimia yang tidak menggunakan menyisakan elektron bebas dalam reaksinya. Oleh karena itu, dalam menyetarakan reaksi redoks, langkah pertama yang harus dilakukan adalah menuliskan elektron pada kedua ruas. Selain itu, akan lebih mudah apabila reaksi redoks dibagi terlebih dahulu menjadi dua buah reaksi, reaksi oksidasi dan reaksi reduksi.

Metode penyetaraan reaksi redoks dengan memisahkannya menjadi dua bagian disebut sebagai metode setengah reaksi. Pada metode ini, cara menyelesaikan reaksi redoks adalah dengan menyelesaikan dengan menggunakan aljabar lanjar pada masing-masing setengah reaksi.

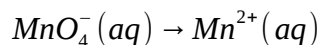
Misalkan pada reaksi redoks berikut



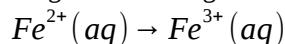
sebelum mengubah menjadi setengah reaksi, untuk menghindari kesalahan, akan lebih mudah jika terlebih dahulu persamaan reaksi diubah menjadi persamaan reaksi dalam bentuk ion.



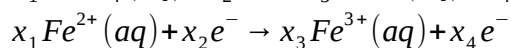
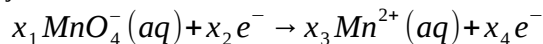
setengah reaksi reduksi pada persamaan reaksi ini adalah



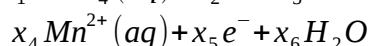
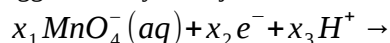
sedangkan untuk bagian oksidasinya adalah



untuk memudahkan penyeteraanan, berikan elektron pada tiap-tiap ruas pada setiap setengah reaksi untuk mempermudah menyusun sistem persamaan lanjar menjadi



Setelah itu, karena ada atom O pada ruas kiri reaksi oksidasi, perlu ditambahkan H₂O pada ruas kanannya. Penambahan H₂O menyebabkan masalah baru, terdapat atom H, untuk menyelesaikannya, jika reaksi berlangsung pada suasana asam, tambahkan H⁺ untuk mengimbangnya, jika berlangsung pada suasana basa, tambahkan OH⁻ untuk mengimbangnya. Untuk reaksi contoh, dimisalkan reaksi terjadi dalam suasana asam sehingga reaksinya menjadi



yang bisa dinyatakan dalam

$$x_1 - x_4 = 0 (Mn)$$

$$4x_1 - x_6 = 0 (O)$$

$$x_3 - 2x_6 = 0 (H)$$

$$-x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 (muatan)$$

dalam bentuk matriksnya menjadi

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

jika dilakukan OBE, matriks eselon-baris tereduksinya menjadi

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & \frac{-5}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{-1}{4} & 0 \end{array}$$

solusinya adalah

$$x_1 = \frac{a}{4}$$

$$x_2 = \frac{(4b+5a)}{4}$$

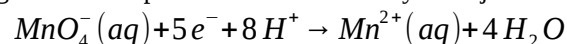
$$x_3 = 2a$$

$$x_4 = \frac{a}{4}$$

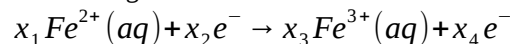
$$x_5 = b$$

$$x_6 = a$$

karena x₅ adalah koefisien untuk elektron, b dapat dipilih koefisien 1. Sedangkan untuk a, dipilih koefisien 4 agar tidak ada pecahan. Reaksi setaranya menjadi



Berikutnya adalah bagian reaksi oksidasinya. Karena tidak ada atom O atau H, maka persamaan reaksi tidak perlu diubah lagi.



Persamaan reaksinya dapat dinyatakan sebagai persamaan lanjar

$$x_1 - x_3 = 0 (Fe)$$

$$2x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 (muatan)$$

yang dalam matriks menjadi

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -3 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

jika dilakukan OBE, matriks eselon-baris tereduksinya menjadi

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{array}$$

yang solusinya adalah

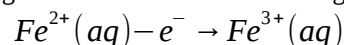
$$x_1 = x_3$$

$$x_2 = b - a$$

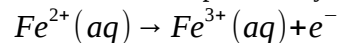
$$x_3 = a$$

$$x_4 = b$$

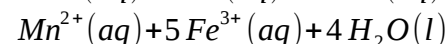
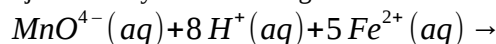
karena x₄ adalah elektron, b dapat disubstitusikan dengan 0 dan a disubstitusikan dengan 1.



karena dalam reaksi kimia tidak ada koefisien negatif, maka elektron berada pada ruas yang salah sehingga.

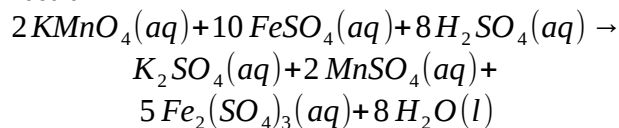


Selanjutnya dua setengah reaksi diatas dijumlahkan dengan dikalikan konstanta tertentu sehingga elektron yang dihasilkan reaksi oksidasi sama dengan elektron yang digunakan di reaksi reduksi. Dalam contoh ini, reaksi oksidasi dikalikan dengan lima. Hasil penjumlahannya adalah sebagai berikut.



Reaksi di atas sudah setara, namun masih ada senyawa yang belum termuat di dalamnya. Langkah terakhir adalah menambahkan semua senyawa yang belum termuat dan menyeterakannya ulang. Hasil dari proses

ini adalah



IV. KEKURANGAN

Penyelesaian dengan menggunakan sistem persamaan linier relatif lebih sulit dan lama apabila dikerjakan oleh manusia dibandingkan dengan trial and error. Walaupun begitu, penyelesaian dengan sistem persamaan linier memberikan langkah pengerjaan yang jelas dan dapat diaplikasikan dalam suatu program komputer.

V. KESIMPULAN

Penyetaraan persamaan reaksi kimia menggunakan sistem persamaan linier konsisten dengan definisi koefisien pada persamaan reaksi kimia. Penggunaan sistem persamaan linier dapat memudahkan implementasi penyetaraan reaksi kimia pada program komputer.

VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan YME karena atas izin-Nya makalah ini dapat selesai. Penulis mengucapkan terima kasih kepada bapak Rinaldi Munir dan bapak Judhi Santoso atas bimbingannya selaku dosen aljabar geometri, serta kepada pendahulu-pendahulu yang telah memberikan karya-karya terkait algoritma penyelesaian berbagai masalah terutama dalam masalah sistem persamaan linier dan penyetaraan persamaan reaksi kimia sehingga membantu dalam menyelesaikan makalah ini.

REFERENSI

- [1] Harnanto, Ari. 2005. KIMIA 3 - Untuk SMA/MA Kelas XII.
- [2] Anton, Howard. 2010. Elementary Linear Algebra tenth edition.
- [3] <https://wytr33.wordpress.com/2012/12/29/penyetaraan-reaksi-kimia/>, 14 Desember 2015 20.18 WIB.
- [4] <http://www.shodor.org/unchem/advanced/redox/>, 15 Desember 2015 16.08 WIB.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 27 November 2013

ttd



Nugroho Satriyanto
13514038