

Aplikasi Aljabar Vektor pada Accelerometer

Alfonsus Raditya Arsadjaja (13514088)
Program Studi Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
alfonsusradityaarsadjaja@students.itb.ac.id

Abstrak—Abad ke-21 merupakan abad teknologi. Pada abad ini, sudah terdapat sensor yang bernama *accelerometer*. *Accelerometer* dapat ditemukan dalam berbagai perangkat yang ada di kehidupan sehari-hari, mulai dari *gadget*, kendaraan, bahkan pada saat pembuatan suatu bangunan. Salah satu yang perhitungan dalam *accelerometer* adalah menggunakan aljabar vektor. Makalah ini akan membahas mengenai apa itu *accelerometer*, apa saja spesifikasinya, bagaimana aljabar vektor diaplikasikan pada *accelerometer*, dan apa kegunaannya / aplikasinya dalam dunia ini.

Kata Kunci—koordinat, percepatan, sensitivitas, sensor, vektor.

I. PENDAHULUAN

Accelerometer merupakan salah satu sensor yang dibuat untuk menghitung percepatan yang dialami oleh suatu benda. Satuan pengukuran dari *accelerometer* ini menggunakan notasi gaya-g (*g-force*).

Accelerometer sudah menjadi hal yang biasa bagi pembuat perangkat. Banyak perangkat yang menggunakan ini sebagai salah satu sensor pembangunannya. Hal ini dikarenakan aplikasinya sangat banyak di dunia ini.

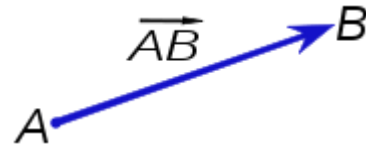
Accelerometer dibuat dengan menggabungkan banyak sekali perhitungan, salah satunya adalah aljabar vektor. Perhitungan menggunakan vektor ini berguna untuk menentukan arah dan besarnya gaya-g yang diterima oleh suatu benda tersebut, untuk satu dan lain hal.

Pada makalah ini, akan dijelaskan lebih mendalam mengenai cara *accelerometer* bekerja, apa saja komponen dasar pembuatnya, lalu bagaimana perhitungan yang dilakukan dengan menggunakan *accelerometer*, bagaimana vektor dapat berpengaruh dalam perhitungan, dan apa saja aplikasi yang memakai sensor ini.

II. LANDASAN TEORI

1. Vektor

Vektor adalah sesuatu yang mempunyai baik besar maupun arah. Vektor dipakai dalam menentukan posisi satu titik relatif terhadap satu titik di posisi yang lain.



Gambar 2.1 Vektor

Sumber : http://mathcs.slu.edu/history-of-math/index.php/Vector_Space_Approach_to_Euclidean_Geometry, diakses 15 Desember 2015 pukul 21:15 WIB

Vektor dituliskan dengan huruf kecil dengan huruf tebal, seperti \mathbf{v} , atau ditambahkan dengan tanda miring, seperti \mathbf{v} . Penulisan vektor juga bisa dengan menggunakan tanda panah di atasnya, seperti \vec{a} .

Vektor dapat berupa dalam ruang 1 dimensi (dilambangkan dengan \mathbb{R}^1), 2 dimensi (\mathbb{R}^2), 3 dimensi (\mathbb{R}^3), 4 dimensi (\mathbb{R}^4), dan seterusnya.

Sebagai contoh, dalam \mathbb{R}^3 , vektor dituliskan dalam notasi sebagai berikut:

$$\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3).$$

Persamaan diatas dapat digeneralisasikan pada vektor dalam \mathbb{R}^n , menjadi :

$$\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{n-1}, a_n).$$

Vektor juga biasanya dituliskan dalam bentuk kolom, seperti berikut (contoh untuk \mathbb{R}^3):

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$$

Untuk setiap vektor, terdapat vektor basis (vektor yang membangun ruang tersebut). Vektor basis dilambangkan dengan $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \dots, \mathbf{e}_{n-1}, \mathbf{e}_n$. Sebagai contoh, untuk 3 dimensi (\mathbb{R}^3):

$$\mathbf{e}_1 = (1,0,0), \mathbf{e}_2 = (0,1,0), \mathbf{e}_3 = (0,0,1).$$

Menggabungkan notasi diatas dengan vektor basis, maka dapat digabung menjadi seperti berikut (dalam \mathbb{R}^3):

$$\mathbf{a} = a_1\mathbf{e}_1 + a_2\mathbf{e}_2 + a_3\mathbf{e}_3, \text{ atau}$$

$$\mathbf{a} = a_1(1,0,0) + a_2(0,1,0) + a_3(0,0,1)$$

Panjang dari sebuah vektor dilambangkan dengan $\|\mathbf{a}\|$. Panjang dari sebuah vektor dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

$$\|\mathbf{a}\| = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^2} \text{ untuk vektor dalam } \mathbb{R}^3.$$

Banyak operasi yang dapat dilakukan oleh vektor. Misalkan terdapat 2 vektor dalam \mathbb{R}^3 , yaitu \mathbf{a} dan \mathbf{b} , dimana $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ dan $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$. Operasi-operasi tersebut adalah:

- a. Penjumlahan
 $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$, atau
 $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (a_1 + b_1)\mathbf{e}_1 + (a_2 + b_2)\mathbf{e}_2 + (a_3 + b_3)$

- b. Pengurangan
 $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b})$
 $\mathbf{a} - \mathbf{b} = (a_1 + (-b_1), a_2 + (-b_2), a_3 + (-b_3))$
 $\mathbf{a} - \mathbf{b} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$

- c. Perkalian titik (*dot product*)
 Perkalian titik antara 2 vektor akan menghasilkan skalar.

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3, \text{ atau}$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \|\mathbf{a}\| \|\mathbf{b}\| \cos \theta, \text{ dimana } \theta \text{ adalah sudut antara kedua vektor.}$$

- d. Perkalian silang (*cross product*)
 Perkalian silang antara 2 vektor akan menghasilkan vektor yang tegak lurus terhadap 2 vektor yang dikali silang.

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

2. Perpindahan, kecepatan, percepatan

Perpindahan adalah perubahan dari titik akhir ke titik awal. Perpindahan merupakan suatu vektor, karena itu vektornya merupakan suatu garis lurus yang menghubungkan titik awal ke titik akhir.

Kecepatan merupakan besarnya perpindahan yang dilakukan per satuan waktu.

Percepatan merupakan besarnya kecepatan yang berubah per satuan waktu.

3. Gaya-G (*g-force*)

Gaya-G merupakan suatu pengukuran terhadap suatu percepatan yang menimbulkan berat. Gaya-G distandarkan berdasarkan gaya gravitasi bumi. Oleh karena itu, pada keadaan diam pada permukaan bumi, suatu benda mengalami gaya 1g karena mengalami gaya reaksi dari gaya gravitasi bumi. Pada keadaan jatuh bebas (*free fall*), benda mengalami gaya 0g karena tidak ada gaya berlawanan yang dialami oleh benda tersebut.

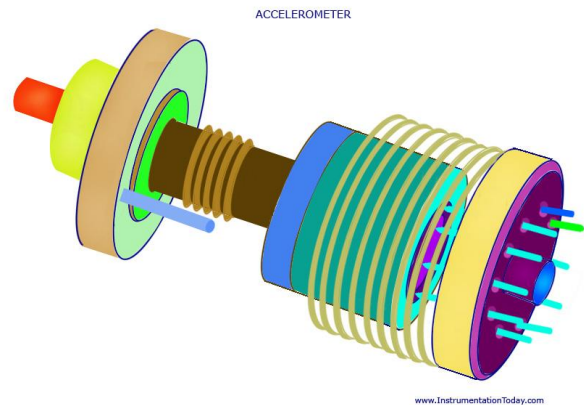
Pengukuran Gaya-G didasarkan oleh vektor, dimana vektor tersebut diuraikan menjadi 3 bagian, yaitu sumbu X, sumbu Y, dan sumbu Z.

Jika suatu benda yang sedang jatuh bebas, secara tiba-tiba tiba mengalami percepatan pada sumbu X+ sebesar gaya gravitasi bumi (9.81 m/s^2), maka benda tersebut akan mengalami g-force sebesar 1g. Apabila suatu benda yang lain mengalami hal yang sama, tetapi berada pada permukaan bumi, maka g-force yang dialami merupakan kumulatif dari gaya terhadap sumbu X dan gaya terhadap sumbu Z. Akibatnya, gaya yang dialami adalah sebesar $\sqrt{(1g)^2 + (1g)^2} = \sqrt{2}g$

Secara general, pada \mathbb{R}^3 , gaya yang dialami oleh suatu benda dapat dihitung dengan menggunakan aturan pythagoras, menjadi :

$$\text{Gaya-G total yang dialami} = \sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2}$$

III. SPESIFIKASI



Gambar 3.1 Accelerometer
 Sumber :

<http://www.instrumentationtoday.com/accelerometer/2011/08/> diakses 15 Desember 2015 pukul 02:35 WIB

A. Respons Frekuensi (*frequency response*)

Frekuensi respon adalah jangkauan frekuensi yang dikeluarkan oleh *accelerometer* per satuan waktu. Frekuensi ini dapat dianalisis dengan properti yang ada.

B. Landasan Accelerometer (*Accelerometer Grounding*)

Landasan terbagi menjadi 2 mode, yaitu landasan yang terhubung dengan bungkusannya (*Case-Grounded*), dan yang terisolasi dari bungkusannya (*Isolated-Case*)

C. Frekuensi Resonansi (*Resonant Frequency*)

Frekuensi Resonansi adalah frekuensi diantara frekuensi respons yang memiliki sensitifitas maksimum. Beberapa *accelerometer* memiliki frekuensi resonansi sekitar 20 KHz atau lebih sampai kisaran 90 KHz.

D. Temperatur Beroperasi (*Operation Temperature*)

Merupakan jangkauan dimana *accelerometer* dapat beroperasi. Kisaran tersebut dapat dilihat pada spesifikasi

masing-masing *accelerometer*. Biasanya, temperatur tersebut berkisar antara -50 sampai 120 derajat Celcius.

E. Sensitifitas (Sensitivity)

Pada dasarnya, setiap *accelerometer* harus memiliki sensitifitas yang sangat tinggi. Hal ini bersifat vital, karena untuk menentukan suatu posisi, akurasinya harus sangat tinggi, bahkan untuk pergerakan yang sangat kecil.

F. Sumbu (Axis)

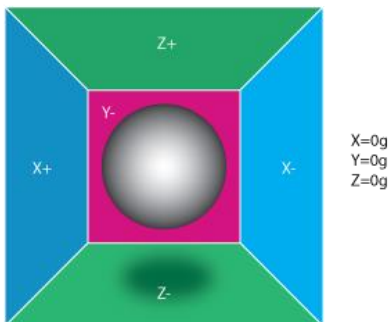
Axis merupakan banyaknya sumbu yang digunakan dalam *accelerometer* tersebut. Biasanya lebih sering ditemukan *accelerometer* 2-axis (2 dimensi). Akan tetapi, untuk posisi yang lebih akurat, digunakan *accelerometer* 3-axis (3 dimensi).

G. Keluaran Analog / Digital (Digital / Analog Output)

Ada dua macam keluaran dari sebuah *accelerometer*, yaitu Analog dan Digital. Analog akan mengeluarkan output berupa perubahan voltase yang terukur, sedangkan untuk digital akan mengeluarkan output dalam bentuk digital.

IV. CARA KERJA

Pada bab ini, cara kerja *accelerometer* akan diilustrasikan dengan bola yang ada didalam suatu kotak. Kotak tersebut mempunyai 6 sisi, X-, X+, Y-, Y+, Z-, dan Z+. Anggap kotak tersebut dapat kita lihat isinya dengan membuka sisi Y+.

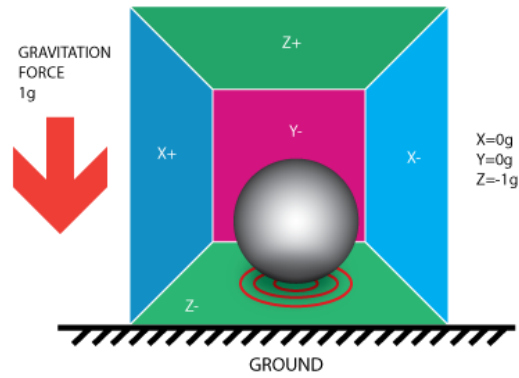


Gambar 4.1 Ilustrasi *accelerometer* pada state jatuh bebas (*free fall*)

Sumber : <http://www.instructables.com/id/Accelerometer-Gyro-Tutorial/> diakses 15 Desember 2015 pukul 11:10 WIB

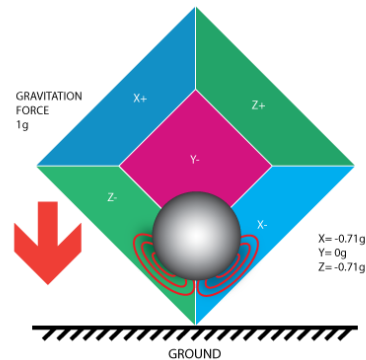
Dalam state jatuh bebas diatas, bola dianggap tidak mengalami gaya apapun, karena gravitasi tidak akan merubah posisi dari bola tersebut. Karena itu, g-force yang dialami bernilai 0g.

Jika bola beserta kotak tersebut berada diam diatas permukaan bumi, sebetulnya bola tersebut mengalami gaya, yaitu gaya gravitasi. Karena, itu, gaya yang dialami bukanlah 0g, tetapi sebesar 1g ke arah bumi (sebesar -1g pada sumbu X positif).



Gambar 4.2 Bola mengalami gaya gravitasi
Sumber : <http://www.instructables.com/id/Accelerometer-Gyro-Tutorial/> diakses 15 Desember 2015 pukul 11:16 WIB

Untuk gabungan antara 2 atau lebih vektor pada sumbu yang berbeda, dipakai permissalan yang berubah adalah kotaknya (kotaknya berputar), dan bolanya tetap ke arah bawah. Hasilnya adalah sebagai berikut

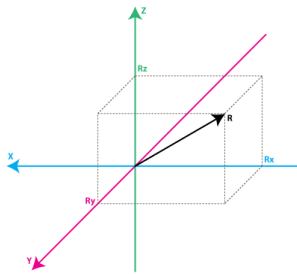


Gambar 4.3 Permissalan g-force dengan kotak yang diputar sebesar 45 derajat

Sumber : <http://www.instructables.com/id/Accelerometer-Gyro-Tutorial/> diakses 15 Desember 2015 pukul 11:10 WIB

Dari gambar diatas dapat dilihat bahwa gaya 1g diuraikan masing-masing menjadi kearah diantara sumbu X- dan sumbu Z-, dengan besar gayanya mengikuti aturan Pythagoras. (0.71 g merupakan aproksimasi dari $\frac{1}{2}\sqrt{2}g$).

Untuk mengaplikasikannya pada keadaan sebenarnya, bola tersebut akan bergerak sesuai dengan arah gaya yang dialami oleh bola tersebut. Sebagai contoh, jika bola tersebut mengalami percepatan searah sumbu Y+, maka bola tersebut akan mengalami inersia yang berarti bola tersebut akan bergerak ke arah sisi Y+. Begitu juga dengan sumbu-sumbu lainnya. Kemudian, jika bola tersebut mengalami percepatan yang memiliki lebih dari satu sumbu, maka bola tetap akan menuju ke arah tersebut. Secara general, dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 4.4 Ilustrasi Gaya-G pada *accelerometer* secara umum

Sumber : <http://www.instructables.com/id/Accelerometer-Gyro-Tutorial/> diakses 15 Desember 2015 pukul 11:10 WIB

Pada gambar 4.4 diatas, \mathbf{R} menandakan vektor total gaya-g (*net g-force*), R_x menandakan vektor gaya-g pada arah sumbu x. R_y menandakan vektor gaya-g pada arah sumbu y. R_z menandakan vektor gaya-g pada arah sumbu z. Vektor \mathbf{R} tersebut menandakan gaya-g yang diterima oleh *accelerometer* tersebut.

Besar dan arah \mathbf{R} dapat dihitung dengan rumus penjumlahan vektor. Karena itu,

$$\mathbf{R} = R_x + R_y + R_z$$

$$\|\mathbf{R}\|^2 = \|R_x\|^2 + \|R_y\|^2 + \|R_z\|^2$$

Setiap *accelerometer* membutuhkan sesuatu untuk dapat menghitung dan menunjukkan berapa gaya-g yang dialami oleh *accelerometer* tersebut. Pada ilustrasi diatas, cara kerjanya ditunjukkan dengan menggunakan bola dan kotak. Sekarang akan dibahas bagaimana *accelerometer* sebenarnya bekerja.

Accelerometer mengukur dengan menggunakan sensitivitas suatu benda tertentu terhadap sensor-sensor yang terdapat didalamnya. *Accelerometer* dibagi menjadi 2, yaitu analog dan digital. *Accelerometer* digital akan langsung mengkalkulasi semua perhitungan didalamnya, mulai dari pengukuran sensitivitas sampai konversi, dan akan langsung mengeluarkan besarnya gaya-g yang dialami oleh *accelerometer*. *Accelerometer* digital dapat langsung ditemukan pada hampir semua telepon pintar (*smartphone*) pada abad ke-21 ini.

Sedangkan *accelerometer* analog mengeluarkan output berupa tegangan yang dialami dalam bentuk Volt(V) dalam suatu *range* tertentu. Tentunya output tersebut harus dikonversi terlebih dahulu dengan ADC (*analog to digital converter*) yang tujuannya adalah mengkalkulasi secara lebih mendalam sampai akhirnya bisa didapatkan gaya-g yang diterima untuk masing-masing sumbu x, y, dan z. Setelah itu, langsung didapatkan gaya-g total yang dialami oleh *accelerometer* tersebut.

V. APLIKASI

Sangat banyak aplikasi dari penggunaan *accelerometer*. Pada bab ini akan dijelaskan lebih lanjut mengenai aplikasi *accelerometer* pada kehidupan nyata.

A. Percepatan kendaraan

Accelerometer dapat digunakan untuk menghitung percepatan dan perlambatan suatu kendaraan, untuk mengukur keseluruhan performa kendaraan tersebut, untuk dievaluasi dan dimodifikasi agar kendaraan tersebut memberikan performa terbaik.

B. Koordinat Posisi / Navigasi

Dalam sebuah telepon genggam pintar, biasanya terdapat sensor *accelerometer*. Dalam menentukan koordinat suatu *device*, perhitungan dalam sensor tersebut harus sangatlah akurat. Perhitungan dalam *accelerometer* pada *smartphone* harus juga memperhitungkan kemiringan (*tilt*) telepon genggam tersebut terhadap permukaan bumi, dan banyak kondisi lainnya, salah satunya adalah tempat beradanya *smartphone* itu sendiri, berada di lintang utara / lintang selatan, dan berapa besar derajatnya. Kemiringan relatif terhadap permukaan bumi dapat dihitung dengan metode yang hampir sama dengan perhitungan gaya-g pada *accelerometer*. Perhitungan tersebut harus sangat akurat.

Untuk menentukan posisi suatu benda, tidak dapat dipastikan secara 100% akurat, karena itu digunakan pendekatan dari percepatan yang didapatkan dari pengukuran *accelerometer*. Misalkan hasil percepatan yang didapatkan adalah a_i . Maka kecepatan pada kerangka inersia (*inertial frame*) v_i dan posisi pada kerangka tersebut r_i dapat dihitung dengan menggunakan integral sebagai berikut :

$$v_i = \int a_i$$

$$r_i = \iint a_i$$

Setelah didapatkan v_i dan r_i , untuk menentukan v di saat t dan r di saat t , dapat diestimasi dengan melihat data-data sebelumnya secara diskrit (terpisah). Cara estimasinya adalah sebagai berikut:

$$v_{k+1} = v_k + T.(a_i)_k$$

$$r_{k+1} = r_k + T.(v_i)_k$$

T diatas adalah sampel periode, dan k adalah data ke- k yang diambil oleh *accelerometer*. Sampel periode dapat berubah-ubah tergantung *device* yang memakainya, pada saat berhubungan dengan sensor-sensor lainnya yang bekerjasama untuk menentukan posisi secara lebih akurat. Karena T tidak konstan, maka itu hanyalah sebuah estimasi, bukan akurat secara penuh.

C. Vulkanologi

Accelerometer digunakan untuk menghitung percepatan dan laju kecepatan magma pada gunung yang sedang erupsi. Hal ini bertujuan untuk memprediksi pergerakan magma untuk beberapa waktu kedepan.

D. Keselamatan Elektronik

Pada keselamatan elektronik, *accelerometer* berguna untuk menentukan apakah sebuah perangkat sedang dalam

keadaan jatuh bebas atau tidak. Jika melewati suatu waktu tertentu, maka secara otomatis perangkat tersebut akan memindahkan datanya ke bagian yang relatif aman agar tidak banyak data yang hilang yang diakibatkan oleh kejatuhan tersebut. *Accelerometer* menentukan hal tersebut dengan mengukur waktu saat mengalami gaya 0g. Selain itu, juga dihitung mengenai besarnya mosi (*motion*) dan getaran (*vibration*) terbesar yang mungkin dialami oleh perangkat tersebut.

E. Sensor Orientasi (*Orientation Sensor*)

Sensor ini berguna pada *smartphone* untuk menentukan sisi mana yang berada dan menghadap permukaan bumi, agar layarnya bisa dirotasi sesuai dengan orientasinya. Sebagai contoh, saat *device* dalam posisi *landscape*, maka tampilan layarnya, beserta semua programnya harus dapat berputar 90 derajat dari vertical. Jika hal ini tidak dapat dicapai, maka akan membuat pengguna lebih sulit menggunakannya karena harus dapat menentukan posisi yang tepat untuk melakukan sesuatu pada *device* tersebut disaat layar sedang diputar 90 derajat (tergantung arah putarannya).

F. Memonitor Struktur dan Bangunan

Pada Bab 5.D diatas, sudah dijelaskan bahwa *accelerometer* dapat digunakan untuk menghitung getaran dan mosi pada suatu perangkat. Perhitungan tersebut juga dapat dilakukan untuk skala yang lebih besar, seperti tekanan pada bangunan, gaya-g maksimum yang dapat dialami oleh suatu benda, mendeteksi pergerakan manusia, bumi, bangunan, saat konstruksi suatu bangunan / proyek besar, dan banyak hal lain yang memerlukan pendeteksian getaran dan mosi.

G. Dunia Kesehatan

Pada dunia kesehatan, pengukuran percepatan diaplikasikan pada CPR, yang berguna untuk memberikan nafas buatan untuk orang yang mengalami serangan jantung atau sesak nafas.

VI. KESIMPULAN

Salah satu perhitungan yang dipakai oleh *accelerometer* adalah menggunakan perhitungan aljabar vektor, dalam mengetahui besar dan arah suatu gaya yang diberikan pada suatu benda.

Aplikasi dari penggunaan *accelerometer* sangat banyak, seperti dalam kesehatan, keselamatan barang-barang elektronik, pembangunan, dan terutama untuk mengetahui posisi / koordinat suatu benda. Akurasi dalam *accelerometer* ini harus sangat tinggi, karena perbedaan beberapa derajat saja dapat menghasilkan perubahan yang besar.

Walaupun tidak dapat 100% akurat, *accelerometer* tetap menggunakan pendekatan terbaik sampai sekarang ini untuk menentukan posisi tersebut.

VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan syukur kepada Tuhan yang Maha Kuasa, karena makalah ini dapat tersusun dengan baik. Penulis berterima kasih kepada Dr. Ir. Rinaldi Munir, M.T. dan Drs. Judhi Santoso, M.Sc. yang telah membimbing penulis dalam penulisan makalah ini melalui perkuliahan Aljabar Geometri. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada seluruh pihak yang berperan dalam penyusunan makalah ini sehingga penulis dalam menyelesaikan makalah ini tepat waktu.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] http://developer.android.com/guide/topics/sensors/sensors_motion.html, diakses 14 Desember 2015 pukul 21:03 WIB
- [2] <http://dictionary.reference.com/browse/vector>, diakses 14 Desember 2015 pukul 21:20 WIB
- [3] Arfken, G. *Mathematical Methods for Physicists*, 3rd ed. Orlando, FL: Academic Press, pp. 530-534, 1985.
- [4] <http://www.instrumentationtoday.com/accelerometer/2011/08/>, diakses 15 Desember 2015 pukul 02:35 WIB
- [5] <http://www.instructables.com/id/Accelerometer-Gyro-Tutorial/>, diakses 15 Desember 2015 pukul 03:30 WIB
- [6] <http://www.chrobotics.com/library/accel-position-velocity>, diakses 15 Desember 2015 pukul 16:42 WIB
- [7] O. Sircovich Saar "Dynamics in the Practice of Structural Design" 2006 WIT Press
- [8] ""Vertical Speed Measurement", by Ed Hahn in *sci.aeronautics.airliners*, 1996-11-22". Retrieved 12 September 2014.
- [9] <http://www.techulator.com/resources/8930-How-does-smart-phone-accelerometer-work.aspx>, diakses 15 Desember 2015 pukul 18:47 WIB
- [10] <http://blog.prosig.com/2009/10/19/a-simple-frequency-response-function/>, diakses 15 Desember 2015 pukul 20:06 WIB
- [11] https://www.nxp.com/files/sensors/doc/app_note/AN3461.pdf, diakses 15 Desember 2015, pukul 20:40 WIB
- [12] <https://www.endevco.com/news/archivednews/2011/06/ask-the-expert-june.html>, diakses 15 Desember 2015 pukul 20:43 WIB
- [13] Michael Randall. "USGS – volcano monitoring". Retrieved 12 September 2014.
- [14] <http://motec.com.au/filedownload.php/FSAE%20Data%20Analysis%20Day%20to%20print.pdf?docid=3694>, diakses 15 Desember 2015 pukul 20:54 WIB

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 16 Desember 2015



Alfonsus Raditya Arsadjaja
13514088