

Implementasi Vektor dalam Penyelesaian “Car Travelling at The Speed of Light”

Azka Hanif Imtiyaz - 13514086

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

13514086@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—“Car traveling at the speed of light” merupakan permasalahan relativitas yang cukup populer, dimana permasalahannya adalah apa yang akan terjadi apabila mobil yang bergerak pada kecepatan cahaya menyalakan lampu depannya. Permasalahan tersebut akan dibahas pada makalah ini dengan representasi vektor.

Kata kunci—Cahaya, Dilasi Waktu, Relativitas, Vektor.

I. PENDAHULUAN

Albert Einstein, seorang fisikawan terkenal dunia, menemukan permasalahan relativitas yang revolusioner ini pada usia 16 tahun. Beliau berfikir, apa yang akan terjadi apabila beliau bergerak dengan kecepatan cahaya c (kecepatan cahaya pada vakum) mengejar suatu cahaya yang telah ditembakkan pada arah yang sama, maka beliau seharusnya dapat mengamati suatu sinar atau cahaya sebagai suatu bidang elektromagnetik yang diam namun beresilasi secara spasial.

Ternyata hal tersebut tidak mungkin terjadi menurut beliau apabila pada suatu saat nanti suatu benda dapat bergerak dengan kecepatan cahaya, dan benda tersebut dapat mengamati cahaya.

Misalkan terdapat dua pengamat untuk mengamati cahaya yang sama, pengamat pertama bergerak dengan kecepatan cahaya, pengamat kedua diam pada suatu tempat. Hukum-hukum fisika yang berlaku pada pengamat yang sedang bergerak dengan kecepatan cahaya, berlaku pula pada pengamat saat sedang diam pada suatu tempat. Sehingga tidak ada cara yang pasti untuk pengamat pertama untuk mengetahui jika ia sedang bergerak dengan kecepatan tinggi pada satu arah, apalagi mengamati suatu cahaya yang telah ditembakkan. Karena cahaya yang telah ditembakkan tersebut, jika diamati oleh pengamat pertama, akan diam di tempat.

Permasalahan ini dikemukakan Einstein pada usia yang masih muda tersebut pada pendidikan yang setara dengan Sekolah Menengah Atas. Hal ini memicu perbincangan beliau dengan seorang ahli teori fisika yang memberikan Einstein jawaban di atas.

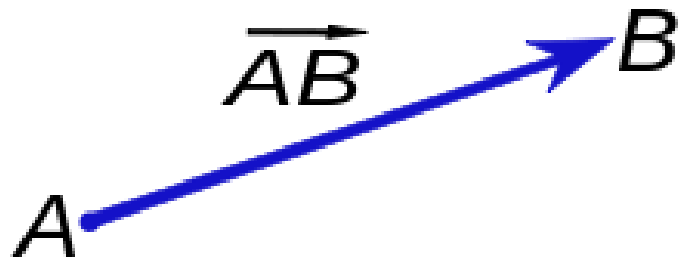
Dari kejadian inilah, Einstein kemudian mengemukakan teori relativitas khusus, setelah beliau mempelajari persamaan Maxwell. Pada makalah ini, akan dibahas

tentang eksperimen pikiran serupa yang dilakukan Einstein tersebut yaitu permasalahan *car traveling at the speed of light*, yaitu permasalahan dengan pertanyaan sebagai berikut, “Apa yang akan terjadi ketika mobil dengan kecepatan cahaya menyalakan lampu depannya?” Dengan implementasi vektor.

II. TINJAUAN PUSTAKA

1. Vektor

Vektor merupakan suatu obyek geometri yang memiliki besaran dan arah. Dilambangkan dengan anak panah, arah dari vektor ditunjukkan dengan arah dari anak panah tersebut. Vektor dapat melambangkan suatu perpindahan dari suatu titik A, ke titik B yang apabila ditandai; \vec{AB} .



Gambar 2-1 Sebuah vektor dari titik A ke titik B.

Sumber:

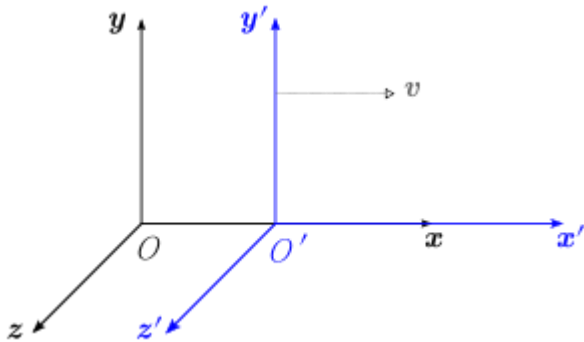
[https://id.wikipedia.org/wiki/Vektor_\(spasial\)](https://id.wikipedia.org/wiki/Vektor_(spasial))

Tidak ada yang tahu siapa yang mencetuskan ide vektor ini, walaupun William Rowan Hamilton [1805–1865] menemukan istilah “vektor”, namun pada sejarah vektor ini sudah digunakan sejak tahun 1679.

2. Teori Relativitas Khusus

Teori relativitas khusus adalah teori yang secara luas telah diakui dan telah dikonfirmasi dengan eksperimen, namun bukan berarti teori ini adalah teori absolut, karena terdapat beberapa eksperimen yang belum bisa dilakukan untuk membuktikan teori relativitas khusus hingga saat ini. Albert Einstein pada tahun 1905 menerbitkan makalah miliknya yang berjudul “Annus Mirabilis papers”, makalah yang mencetuskan teori relativitas khusus.

Teori relativitas berlaku pada suatu rangka referensi inertial dimana gravitasi dapat diabaikan. Misalkan terdapat suatu kejadian pada rangka referensi S, pada suatu waktu t dan koordinat x , y , dan z . Rangka referensi S ini sedang dalam kondisi diam atau tidak bergerak. Kemudian misal ada suatu rangka referensi S' , dimana rangka referensi ini masih berada pada bidang yang sama dengan S dengan suatu waktu t' dan koordinat x' , y' dan z' . Kondisi awal S dan S' sama, namun S' memiliki suatu kecepatan v relatif terhadap S yang diam di tempat, maka:



Gambar 2-2 Rangka referensi S' relatif terhadap S.
Sumber:

https://en.wikipedia.org/wiki/Special_relativity

$$t' = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \quad (1)$$

$$x' = \gamma (x - vt) \quad (2)$$

$$y' = y \quad (3)$$

$$z' = z \quad (4)$$

Dimana $c = 299,792,458$ m/s dan;

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5)$$

Misalkan terdapat suatu kejadian dengan koordinat (x_1, t_1) dan suatu kejadian lainnya dengan koordinat (x_1', t_1') , maka perbedaannya dapat didefinisikan sebagai;

$$\Delta x' = x_2' - x_1', \quad \Delta x = x_2 - x_1 \quad (6)$$

$$\Delta t' = t_2' - t_1', \quad \Delta t = t_2 - t_1 \quad (7)$$

Dari (1), (2), (6) dan (7) didapatkan;

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t) \quad (8)$$

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{v\Delta x'}{c^2}\right) \quad (9)$$

3. Permasalahan

Pertanyaan dari permasalahan *car traveling at the speed of light*, adalah sebagai berikut. Apa yang akan terjadi

ketika mobil dengan kecepatan cahaya menyalakan lampu depannya?

III. PENYELESAIAN MASALAH

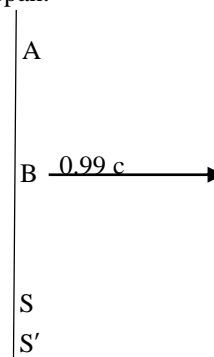
1. Definisi Masalah

Pada hal ini kita memiliki dua kasus; kasus pertama adalah mobil bermassa, sehingga mobil tersebut tidak dapat bergerak dengan kecepatan cahaya, namun bergerak dengan 0.99 kecepatan cahaya dan kasus kedua, yaitu mobil imajiner dengan kecepatan cahaya.

2. Kasus 1 (Mobil tidak dapat bergerak dengan kecepatan cahaya)

Misalkan kita memiliki 2 pengamat pada 2 mobil yang berbeda pada 2 rangka referensi yang berbeda pula (S dan S'), masing masing akan menyalakan lampu depan pada waktu yang bersamaan. Pengamat pada rangka 1 tidak akan bergerak dan pengamat pada rangka 2 akan bergerak dengan 0.99 kecepatan cahaya.

Misalkan pengamat 1 adalah A, dan pengamat 2 adalah B, maka pada $t = t' = 0$, kedua pengamat sedang berada pada koordinat x yang sama, dan sedang akan menyalakan lampu depan:



Gambar 3-1 Rangka referensi dan posisi A dan B pada $t = t' = 0$, dengan vektor menyatakan kecepatan dari B.

Dengan B memiliki kecepatan relatif terhadap A yaitu 0.99 c . Pada $t = t' = 0$, maka kedua pengamat sudah menyalakan lampu depan

Kemudian misalkan t sudah berjalan 1 detik ($t = 1$), vektor \vec{x} menyatakan perpindahan cahaya pada lampu A, dan \vec{y} menyatakan perpindahan pada lampu B, maka:

Posisi B:

$$x' = 0.99c \times 1s = 296,794,533.42 \text{ m} \quad (10)$$

$$\vec{x} = c \times 1s = 299,792,458 \text{ m} \quad (11)$$

Dari (1) dan (5)

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \quad (12)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0.99c)^2}{c^2}}} \left(1 - \frac{0.99c \times 0.99c \times 1}{c^2} \right)$$

$$t' = \frac{1}{0.1410673597966588} (1 - 0.9801)$$

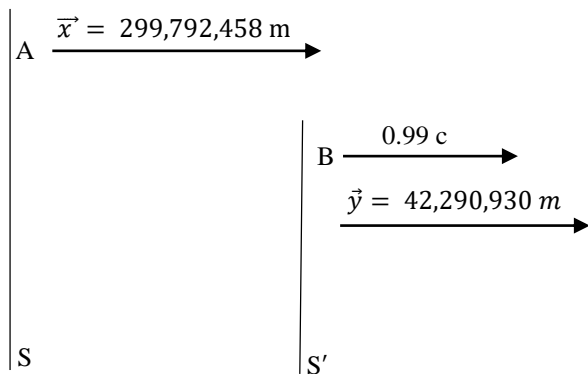
$$t' = 7.088812050083361 \times 0.0199$$

$$t' = 0.1410673597966589 \text{ s} \quad (13)$$

$$\vec{y} = c \times t'$$

$$\vec{y} = 299,792,458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 0.1410673597966589 \text{ s}$$

$$\vec{y} = 42,290,930.53701075 \text{ m} \quad (14)$$



Gambar 3-2 Posisi A dan B beserta cahaya yang dipancarkan pada $t = 1$.

3. Kasus 2 (Mobil dapat bergerak dengan kecepatan cahaya)

Misalkan mobil A bergerak dengan kecepatan cahaya pada rangka S, dan memancarkan sinar B pada suatu rangka S'. Sinar B dipancarkan pada saat $t = 0$. Misalkan vektor \vec{x} merepresentasikan perpindahan A, dan vektor \vec{y} merepresentasikan perpindahan B, maka pada saat $t = 1$:

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}}} \left(1 - \frac{c \times c \times 1}{c^2} \right) = \frac{1}{0} \times 0 \quad (15)$$

Karena terdapat pecahan $\frac{1}{0}$, maka perhitungan tidak dapat dilanjutkan dan akan dibahas pada bab berikutnya.

IV. PENGOLAHAN DATA

Berdasarkan dari data-data dari perhitungan pada bab sebelumnya, maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut.

1. Kasus 1 (Mobil tidak dapat bergerak dengan kecepatan cahaya)

Pada kasus 1 terlihat bahwa vektor \vec{y} bernilai lebih kecil atau lebih sedikit daripada vektor \vec{x} . Hal ini menunjukkan bahwa kecepatan dari cahaya yang dipancarkan oleh kedua

mobil adalah sama, namun waktu yang dialami mobil B yang memancarkan cahaya lebih sedikit karena adanya dilasi waktu. Hal ini disebabkan karena semakin tinggi suatu kecepatan dan semakin dekat dengan kecepatan cahaya, maka semakin lambat waktu yang dialami, mendekati 0.

Apabila posisi B dan vektor \vec{y} ditambahkan, maka hasilnya mendekati vektor \vec{x} ;

$$x' + \vec{y}$$

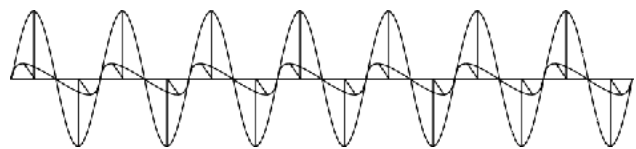
$$= 296,794,533.42 \text{ m} + 42,290,930.53701075 \text{ m}$$

$$= 339,085,463.9570108 \text{ m} \quad (16)$$

Hal ini membuktikan bahwa cahaya yang dipancarkan pada mobil B kurang lebih akan memiliki koordinat x yang sama dengan mobil A. Apabila dilihat oleh pengamat A, cahaya pada lampu B tidak melebihi atau malah sama dengan $1.99 c$, kecepatan cahaya pada lampu B mematuhi hukum relativitas umum dan akan selalu sama dengan c , sehingga apabila diamati oleh pengamat yang diam, maka lampu B akan memiliki kecepatan yang sama dengan lampu A. Hal yang membedakan adalah ukuran dan panjang yang ditempuh oleh B, yang tentu saja sudah terdilasi.

2. Kasus 2 (Mobil dapat bergerak dengan kecepatan cahaya)

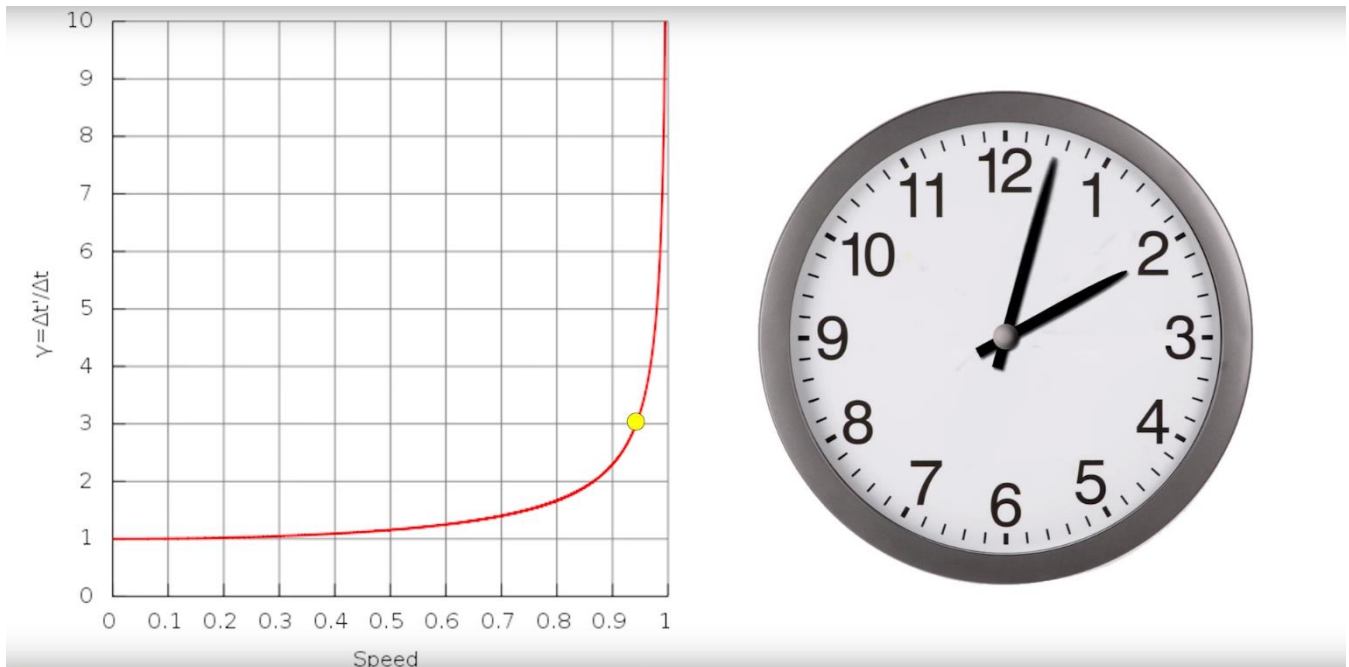
Pada perhitungan didapatkan pecahan $\frac{1}{0}$ yang dalam matematika masih belum terdefinisi. Hal ini menandakan bahwa waktu yang dialami oleh mobil yang bergerak dengan kecepatan cahaya adalah tidak terdefinisi. Sehingga, lampu mobil tidak dapat dipancarkan, karena tidak ada waktu untuk memancarkan lampu tersebut. Namun apabila definisi lampu mobil diubah menjadi cahaya yang bergerak bersamaan dengan mobil dan tidak perlu interaksi dari mobil, maka cahaya tersebut akan bergerak bersamaan atau beriringan dengan mobil tersebut, namun apabila diamati dari mobil, maka cahaya tersebut seolah-olah beku.



Gambar 4-2 Gelombang cahaya yang beresilasi yang "beku".

Sumber:

http://www.pitt.edu/~jdnorton/Goodies/Chasing_the_light/



Gambar 5-1 Ilustrasi waktu serta grafik perubahan waktu terhadap kecepatan cahaya
Sumber:

<https://www.youtube.com/watch?v=ACUuFg9Y9dY>

V. KESIMPULAN

Albert Einstein pada eksperimen pikirannya mengatakan bahwa hal ini tidak akan pernah bisa benar benar terselesaikan atau terjawab selama referensi untuk waktu absolut masih belum ada.

Pada perhitungan di atas, didapatkan bahwa semakin dekat suatu benda dengan kecepatan cahaya, maka akan semakin sedikit waktu yang dialami oleh benda tersebut.

Implementasi vektor pada permasalahan *car traveling at the speed of light*, mempermudah ilustrasi atau gambaran dalam penyelesaian masalah, serta perhitungan-perhitungan yang dilakukan.

Untuk kasus pertama, dapat diambil kesimpulan bahwa kecepatan cahaya pada mobil A dan B adalah sama, namun cahaya pada mobil B mengalami waktu yang lebih sebentar dibandingkan pada mobil A, sehingga terdapat perbedaan jarak vektor \vec{x} dan \vec{y} .

Untuk kasus kedua, dapat diambil kesimpulan bahwa benda yang memiliki kecepatan cahaya, mengalami waktu yang tidak terdefinisi atau malah tak terhingga, sehingga apabila diambil suatu sampel waktu, misal $t = 1$, maka waktu yang telah dialami oleh benda yang memiliki kecepatan cahaya tersebut tidak dapat diukur.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis pertama-tama ingin mengucapkan terima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa, karena tanpa kehendak-Nya, penulis tidak akan dapat menulis makalah ini. Kemudian penulis ingin mengucapkan terima kasih pada Drs. Judhi Santoso, M.Sc. dan Dr. Ir. Rinaldi Munir, M.T. atas pengajarannya pada mata kuliah IF2123 Aljabar

Geometri, karena makalah ini merupakan tugas dari IF2123 Aljabar Geometri dan penulis tidak akan dapat menyelesaikan makalah ini tanpa bantuan beliau-beliau.

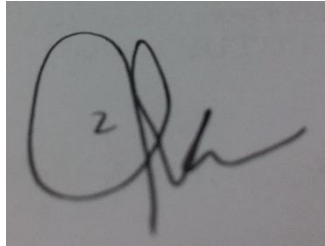
REFERENSI

- [1] Q & A: Car traveling at the speed of light?
<https://van.physics.illinois.edu/qa/listing.php?id=13552>.
Diakses pada 15 Desember 2015.
- [2] What happens when a car travelling near the speed of light turns on its headlights?
<http://www.sydneyobservatory.com.au/2010/what-happens-when-a-car-travelling-near-the-speed-of-light-turns-on-its-headlights/>.
Diakses pada 15 Desember 2015.
- [3] *Chasing a Beam of Light: Einstein's Most Famous Thought Experiment*.
http://www.pitt.edu/~jdnorton/Goodies/Chasing_the_light/.
Diakses pada 15 Desember 2015.
- [4] Is The Speed of Light Everywhere the Same?
http://math.ucr.edu/home/baez/physics/Relativity/SpeedOfLight/speed_of_light.html.
Diakses pada 15 Desember 2015.
- [5] Would Headlights Work at Light Speed?
<https://www.youtube.com/watch?v=ACUuFg9Y9dY>.
Diakses pada 15 Desember 2015.
- [6] Q & A: why constant speed of light.
<https://van.physics.illinois.edu/qa/listing.php?id=2605>.
Diakses pada 15 Desember 2015.
- [7] Vince, John. *Geometric Algebra for Computer Graphics*. London: Springer-Verlag London Limited, 2008.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 10 Desember 2015

A square image showing a handwritten signature in black ink on a light background. The signature is stylized and appears to be 'Azka Hanif Imtiyaz'.

Azka Hanif Imtiyaz - 13514086