Pemanfaatan Permodelan Ruang Vektor untuk Pengecekan Kemiripan

Andri Hardono Hutama - 13514031[1]
Program Studi Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]*13514031@std.stei.itb.ac.id*

***Abstract*—Salah satu cabang dari matematika adalah aljabar vektor yang membahas hal – hal yang berkaitan dengan vektor dan ruang vektor. Saat ini banyak penerapan vektor yang pada awalnya tidak berhubungan dengan konsep objek dengan besar dan arah. Namun, setelah dimodelkan dalam ruang vektor, objek itu menjadi dapat dikelola lebih lanjut. Salah satunya adalah permodelan ruang vektor dari objek – objek yang ingin dibandingkan kemiripannya. Perbandingan kemiripan ini dapat menggunakan *cosine similarity* maupun *scalar product*.**

***Keywords*— kemiripan, permodelan ruang vektor, *scalar product*, vektor.**

I. Pendahuluan

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu yang sudah mulai berkembang dari waktu yang sangat lama. Sebuah tindakan sederhana seperti mencacah sebuah benda adalah sebuah tindakan yang pada dasarnya juga berkaitan dengan matematika. Ini artinya ketika ada mahluk yang sudah memiliki kecerdasan untuk membedakan jumlah, saat itu, matematika sudah ada. Saat itu mungkin matematika masih sangat sederhana. Kemudian, manusia sebagai mahluk yang cerdas muncul dan mulai mengembangkan konsep – kosenp yang melibihi sekedar pencacahan. Mulailah muncul aljabar, aritmatika, kalkulus, kombinatorik, dan berbagai cabang lainnya. Berbagai hal yang berada dibawah matematika ini juga memiliki berbagai cabang lagi. Salah satu hal yang akan dibahas dalam makalah ini adalah aljabar vektor.

Aljabar vektor merupakan salah satu aljabar yang berada di bawah aljabar linear. Berbeda dengan skalar yang hanya berpusat pada besar, vektor memiliki komponen penting lainnya, yaitu arah. Bagi kebanyakan orang, vektor telah menjadi objek yang digunakan untuk merepresentasikan informasi yang memiliki besar dan arah, walau ketika orang tersebut ditanya apa itu vektor, kemungkin ia akan sedikit kesusahan untuk mendeskripsikannya dengan bahasa yang formal. Vektor memang kerap kali digunakan, tetapi cenderung tidak terlalu dipedulikan definisi formalnya. Memang hal tersebut kurang penting karena seperti yang dijelaskan sebelumnya, kebanyakan orang dapat memahami sampai tingkatan yang memadai mengenai apa yang dimaksud dengan vektor.

Telah dijelaskan bagaimana vektor biasanya digunakan sebagai wadah dari informasi yang memiliki besar dan arah yang penting. Dalam perkembangannya, muncul berbagai aplikasi – aplikasi dari vektor yang sebagian dapat dikatakan sebenarnya pada awalnya tidak berkaitan dengan informasi yang memiliki arah. Aplikasi – aplikasi tersebut telah berhasil mengubah informasi dari objek tersebut menjadi objek yang memiliki arah dan besaran untuk kemudian dikelola lebih lanjut. Salah satu aplikasi tersebut adalah bagaimana permodelan suatu objek menjadi vektor dalam ruang vektor dapat digunakan untuk mengecek kemiripan dua buah objek.

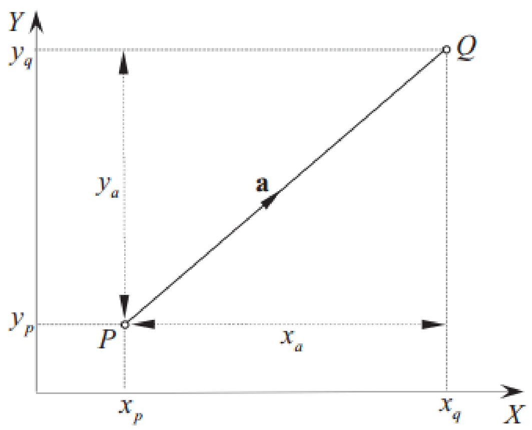
II. Dasar Teori

A. Konsep Umum Vektor

Vektor di dalam $\mathbb{R}^n$ dapat diartikan sebagai *n* pasang bilangan riil yang membentuk vektor tersebut, dengan *n* adalah bilangan bulat positif yang menyatakan dimensi dari ruang vektor. Ruang vektor sendiri dapat diartikan sebagai himpunan yang anggotanya adalah vektor [1]. Hal ini membuat kita dapat menulsikan vektor sebagai

$$\boldsymbol{u} = (u_1, u_2, u_3, \dots, u_n) \tag{1}$$

Seperti yang dijelaskan sebelumnya, *n* dalam hal ini juga menyatakan dimensi dari ruang vektor yang bersangkutan.



Gambar 1 Vector dalam $\mathbb{R}^2$ [1]

Gambar 1 menunjukan sebuah vektor dalam $\mathbb{R}^2$ yang dibentuk dari dua buah titik. Misalkan koordinat titik P adalah (x_p,y_p) dan koordinat titik Q adalah (x_q,y_q) maka vektro **a** adalah

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x_q - x_p} \\ \boldsymbol{y_q - y_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x_a} \\ \boldsymbol{y_a} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Arah dari sebuah vektor dapat dinyatakan dengan dengan menyatakan kosinus dari sudut yang dibentuk vektor tersebut denga salah satu sumbu. Besar dan arah dari vektor **a** dapat dinyatakan dengan

$$\|\mathbf{a}\| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2} \tag{3}$$

$$\cos\alpha = \frac{x_a}{\|\mathbf{a}\|} \tag{4}$$

Dengan α adalah sudut antara vektor **a** dengan sumbu x. Untuk vektor dengan ruang vektor berdimensi 2, maka akan terdapat 2 acuan arah yang digunakan yaitu terhadap sumbu x atau terhadap sumbu y. Untuk ruang dimensi 3, maka akan terdapat 3 acuan arah yaitu terhadap sumbu x, sumbu y, atau sumbu z. Untuk besar dari suatu vektor di ruang 3 dinyatakan sebagai akar pangkat dua dari jumlah kuadrat setiap komponen penyusun vektor tersebut (terdapat 3 komponen). Misalkan untuk n = 3 pada persamaan (1), komponen yang dimaksud adalah u_1, u_2, u_3.

Dengan merapatkan penjelasan di atas kita dapat mengatakan untuk ruang vektor dimensi *n*, akan terdapat *n* acuan arah dan besar dari vektor tersebut adalah akar pangkat dua dari jumlah kuadrat setiap komponen penyusun vektor tersebut (terdapat *n* komponen).

Hal yang perlu diperhatikan adalah ruang vektor dengan dimensi lebih dari 3 tidak dapat divisualisasikan. Namun hal ini tidak berarti bahwa ruang vektor dengan dimensi lebih dari 3 tidak ada. Batasan tersebut bukan dikarenakan keberadaan fisik benda pada ruang vektor dimensi *n*, melainkan dikarenakan keterbatasan otak manusia [1]. Dalam hal ini apa yang dimaksud dengan arah atau orientasi akan menjadi sedikit sulit dipahami karena apa yang dimaksud dengan sumbu menjadi tidak dapat dibayangkan. Namun, secara konsep, nilai – nilai yang ada tersebut masih dapat diolah dan dimanfaatkan.

Terakhir, ada beberapa syarat yang harus dipenuhi sebuah ruang vektor sejati. Sebuah ruang vektor sejati adalah himpunan yang terdiri dari *V* anggota yang dapat dilakukan operasi penjumlahan vektor dan perkalian skalar sehingga memenuhi beberapa *axiom* [1]. *Axiom* tersebut meliputi klosur, identitas, invers, sifat asosiatif, sifat komutatif, dan sifat distirbutif. Jika diketahui $\mathbf{v}$, $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_3$, $\mathbf{0} \in V$ dan C_1, $C_2 \in \mathbb{R}$ (bilangan riil) maka berikut ini adalah penjelasan mengenai *axiom – axiom* tersebut.

Axiom klosur menyatakan untuk semua $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, dan C_1 tertentu maka

$$penjumlahan\ \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 \in V \tag{5}$$

$$perkalian\ \mathrm{C}_1\mathbf{v} \in V \tag{6}$$

Axiom identitas menyatakan untuk setiap **v**, terdapat element 0 dan 1 sehingga

$$penjumlahan\ \mathbf{v} + \mathbf{0} = \mathbf{0} + \mathbf{v} = \mathbf{v} \tag{7}$$

$$perkalian\ 1\mathbf{v} = \mathbf{v} \tag{8}$$

Axiom invers menyatakan untuk setiap **v** tedapat invers *element* –**v** sehingga

$$penjumlahan\ \mathbf{v} + (-\mathbf{v}) = (-\mathbf{v}) + \mathbf{v} = \mathbf{0} \tag{9}$$

Axiom asosiatif menyatakan untuk semua $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_3$, **v,** C_1, C_2

$$penjumlahan\ (v_1 + v_2) + v_3 = v_1 + (v_2 + v_3) \tag{10}$$

$$perkalian\ \mathrm{C}_1(\mathrm{C}_2\mathbf{v}) = (\mathrm{C}_1\mathrm{C}_2\mathbf{v}) \tag{11}$$

Axiom komutatis menyatakan untuk semua $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$

$$penjumlahan\ \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_1 \tag{12}$$

Axiom distributif menyatakan untuk semua **v**, $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, C_1, C_2

$$penjumlahan\ \mathrm{C}_1(\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2) = \mathrm{C}_1\mathbf{v}_1 + \mathrm{C}_1\mathbf{v}_2 \tag{13}$$

$$perkalian\ (\mathrm{C}_1 + \mathrm{C}_2)\mathbf{v} = \mathrm{C}_1\mathbf{v} + \mathrm{C}_2\mathbf{v} \tag{14}$$

B. Scalar Product dan Kemiripan

Dalam dunia vektor, dikenal dua buah produk. Produk pertama dikenal dengan nama *scalar product* atau *dot product* dan *vector product* atau *cross product*. Seperti namanya *scalar product* menghasilkan hasil sebuah skalar sementara *vector product* menghasilkan hasil sebuah vektor. Yang akan terutama dipergunakan dalam makalah ini adalah *scalar prduct* sehingga penulis tidak akan membahas mengenai *vector product*.

Secara definisi, untuk vektor dalam $\mathbb{R}^n$ dan $\mathbf{v}_1 = (\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n)$ serta $\mathbf{v}_2 = (\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_n)$, *scalar product* dapat dinyatakan dengan

$$\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 = \|\mathbf{v}_1\|\|\mathbf{v}_2\| \cos\theta$$
$$\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 = \alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \ldots + \alpha_n\beta_n \tag{15}$$

Dengan θ adalah sudut antara $\mathbf{v}_1$ dan $\mathbf{v}_2$. *Scalar product* ini memiliki sifat komutatif dan juga distirbutif.

Sifat komutatif tersebut dapat dinyatakan dengan

$$\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 = \|\mathbf{v}_2\|\|\mathbf{v}_1\| \cos\theta = \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_1 \tag{16}$$

Sedangkan untuk sifat distributif dapat dinyatakan dengan

$$\mathbf{v}_1 \cdot (\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3) = \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_3 \tag{17}$$

Pembahasan berikutanya adalah mengenai kemiripan. Mirip dapat diartikan dengan sama halnya dengan [2]. Artinya objek dapat dikatakan mirip jika memiliki kesamaan dan pada umumnya semakin banyak hal yang sama tersebut mereka dikatakan semakin mirip atau memiliki kemiripan yang tinggi.

Salah satu teknik pengukuran kemiripan dua buah vektor adalah dengan menggunakan *cosine similarity* [3]. Tingkat kemiripan ini dapat dihitung dengan mengubah bentu *scalar product*, untuk dua buah vector $\mathbf{v}_1$ dan $\mathbf{v}_2$ di atas, menjadi

$$\text{similarity} = \cos\theta = \frac{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{\|\mathbf{v}_1\|\|\mathbf{v}_2\|} \tag{18}$$

Ini berarti kita mengkuantifikasi tingkat kesamaan dengan menghitung nilai cos θ. Dalam hal ini 1 berarti kedua vektor tersebut identik sedangkan 0 berarti kedua vektor tersebut tidak mirip sama sekali. Perlu diperhatikan secara matematis memang mungkin untuk mendapatan kosinus yang bernilai negatif namun dalam pemanfaatan yang akan dibahas sudut yang didapat akan dipastikan bernilai positif.

III. PERMODELAN RUANG VEKTOR

Ide utama dari permodelan ruang vektor tentu adalah bagaimana mengubah objek yang ingin kita modelkan menjadi vektor dalam ruang vektor tertentu. Misalkan kita memiliki 8 macam karakteristik yang dapat dicacah (kalaupun tidak dapat dinyatakan dengan skala ataupun secara *boolean*), kita sebut saja karakteristik a,b,c,…,h serta dua buah objek berbeda, sebut saja objek X dan objek Y. Objek X memiliki 2 karakteristik a dan 3 karakteristik c sementara objek Y memiliki 1 karakteristik a, 1 karakteristik c, dan 1 karakteristic g. Kita dapat memodelkan objek X dan objek Y menjadi dua buah vektor, misalnya $\mathbf{v}_1$ dan $\mathbf{v}_2$ dalam $\mathbb{R}^8$. Permodelan yang dibentuk dari kedua objek tersebut adalah

$$\mathbf{v}_1 = (2,0,3,0,0,0,0,0) \tag{19}$$

$$\mathbf{v}_2 = (1,0,1,0,0,0,1,0) \tag{20}$$

Dapat dilihat kedua objek tersebut telah dimodelkan menjadi dua buah vektor. Setelah itu kita dapat menggunakan *cosine similarity* untuk mengukur kesamaan dua buah vektor yang memodelkan kedua objek ini. Dari skala 0 sampai 1 kemiripan kedua objek ini adalah

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{\|\mathbf{v}_1\|\|\mathbf{v}_2\|} = \frac{(2+3)}{\sqrt{2^2+3^2}\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = 0{,}800 \tag{21}$$

Sehingga kita mendapatkan tingkat kemiripan dari kedua objek tersebut adalah 0,800. Angka ini sendiri sebenarnya tidak memiliki banyak arti karena kita mengkuantisasikan sesuatu yang cenderung kualitatif. Tingkat kemiripan ini akan menjadi lebih bermakna jika dibandingkan dengan tingkat kemiripan lainnya. Misalnya terdapat objek ketiga, objek Z dengan 2 karakteristik a, 3 karakteristik c, dan 1 karakteristik h. Maka vektor $\mathbf{v}_3$ yang memodelkan objek Z dan kemiripannya dengan $\mathbf{v}_1$ adalah

$$\mathbf{v}_3 = (2,0,3,0,0,0,0,1) \tag{22}$$

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_3}{\|\mathbf{v}_1\|\|\mathbf{v}_3\|} = \frac{(4+9)}{\sqrt{2^2+3^2}\sqrt{2^2+3^2+1^2}} = 0.964 \tag{23}$$

Dari kedua tingkat kemiripan ini kita dapat menyimpulkan bahwa objek yang lebih mirip dengan objek X adalah objek Z.

Itu adalah salah satu contoh penentuan kemiripan dengan melakukan permodelan ruang vektor. Namun ada hal yang perlu diperhatikan dari pengukuran kemiripan ini. Pengukuran kemiripan ini dilakukan dengan menggunakan *cosine similarity* yang hanya membandingkan arah dari kedua buah vektor yang dibandingkan. Satu faktor yang diabaikan oleh pengukuran dengan *cosine similarity* adalah besar dari vektor yang bersangkutan. Bisa dikatakan perbandingan ini hanya melihat perbandingan komponen vektor antara dua buah vektor. Akibatnya, sebuah objek dengan proporsi karakteristik yang sama akan dianggap identik. Misalnya untuk vektor pada $\mathbb{R}^3$

$$\mathbf{v}_4 = (1,1,1) \tag{24}$$

$$\mathbf{v}_5 = (2,2,2) \tag{25}$$

$$\mathbf{v}_6 = (3,3,3) \tag{26}$$

Berdasarkan *cosine similarity*, jika dibandingkan dengan $\mathbf{v}_6$ maka baik $\mathbf{v}_4$ maupun $\mathbf{v}_5$ akan dianggap identik. Secara logika kita, kita akan mengatakan bahwa $\mathbf{v}_5$ lebih mirip dengan $\mathbf{v}_6$ daripada $\mathbf{v}_4$. Tentu hal ini dikarenakan kita tidak mengabaikan besar dari vektor tersebut.

Untuk menangani hal ini salah satu cara yang dapat dilakukan adalah denga mengukur nilai dari *scalar product* antara $\mathbf{v}_4$ dengan $\mathbf{v}_6$ dan antara $\mathbf{v}_5$ dengan $\mathbf{v}_6$. Nilai dari *scalar product* ini berturut – turut adalah 9 dan 18. Dalam hal ini kita tidak lagi bermain pada skala 0 sampai 1, tetapi hasil yang didapat merupakan bilangan yang bisa saja sangat besar. Angka yang lebih besar dari pengukuran kemiripan dengan *scalar product* ini menandakan kemiripan yang lebih tinggi. Perbandingan ini harus dilakukan dengan membandingkan vektor – vektor tertentu dengan sebuah vektor yang menjadi acuan. Artinya dua angka yang dihasilkan dari *scalar product* antara 4 buah vektor berbeda (dua pasangangan vektor tanpa vektor yang sama) tidak akan memberikan kita keisimpulan apapun tentang kemiripan mereka. Dalam hal ini berarti seperti yang dikatakan sebelumnya, $\mathbf{v}_5$ lebih mirip dengan $\mathbf{v}_6$ dibandingan dengan $\mathbf{v}_4$.

Lalu apakah hal ini hanya terjadi untuk kasus dua vektor berhimpitan? Jawabannya adalah tidak. Gambaran lebih jelasnya adalah misalnya untuk $\mathbb{R}^8$ terdapat

$$\mathbf{v}_7 = (2,0,1,0,0,0,1,0) \tag{27}$$

Kita akan membandingkan kemiripan antara $\mathbf{v}_7$ dengan $\mathbf{v}_1$ dengan kemiripan antara $\mathbf{v}_2$ dengan $\mathbf{v}_1$. Secara intuisi dengan membandingkan komponen vektornya, kebanyakan orang akan menganggap $\mathbf{v}_7$ lebih mirip dengan $\mathbf{v}_1$ karena nilai komponen pertama mereka yang sama. *Cosine similarity* antara $\mathbf{v}_2$ dengan $\mathbf{v}_1$ sudah dihitung pada persamaan 8. Sedangkan untuk *cosine similarity* antara $\mathbf{v}_7$ dengan $\mathbf{v}_1$ adalah

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_7}{\|\mathbf{v}_1\|\|\mathbf{v}_7\|} = \frac{(4+3)}{\sqrt{2^2+3^2}\sqrt{2^2+1^2+1^2}} = 0.793 \tag{28}$$

Ternyata berdasarkan *cosine similarity* $\mathbf{v}_2$ sangat tipis lebih mirip dengan $\mathbf{v}_1$ dibandingkan dengan $\mathbf{v}_7$. Tentu jika berpegang pada dugaan awal kebanyakan orang yang sudah dibahas sebelumnya, hal ini cukup aneh. Namun jika kita melihat nilai dari *scalar product*-nya akan diketahui bahwa *scalar product* $\mathbf{v}_1$ dengan $\mathbf{v}_7$ bernilai 7, sementara *scalar product* $\mathbf{v}_1$ dengan $\mathbf{v}_2$ bernilai 5. Pada akhirnya kedua analisa ini adalah tepat, namun harus disesuaikan dengan kebutuhan.

Cosine similarity dapat dikatakan hanya mengukur seberapa mirip sentiment atau gaya suatu objek, sementara *scalar product* juga mempertimbangkan seberapa kuat menjurus ke gaya atau sentiment tersebut. Jika suatu objek dimodelkan dengan vektor $\mathbf{v}_4$, $\mathbf{v}_5$, dan $\mathbf{v}_6$, maka dapat dikatakan ketiga objek tersebut memiliki gaya atau sentimen yang sama, namun objek yang dimodelkan $\mathbf{v}_5$ lebih dekat secara kekuatan gaya dengan $\mathbf{v}_6$ dibandingkan dengan $\mathbf{v}_4$ terhadap $\mathbf{v}_6$. Pada akhirnya setelah berhasil dilakukan permodelan, diperlukan pemilihan cara pengecekan kemiripan yang tepat.

IV. PEMANFAATAN

Pemanfaatan dari pengecekan kemiripan ini salah satunya adalah pada *information retrieval* atau temu-balik informasi [4]. *Information retrieval* digunakan terutama untuk pencarian informasi yang tidak terstruktur. Misalnya adalah pada *search engine* yang berfungsi mencari halaman *web*.

Pada prinsipnya *query* yang dimasukan user akan dimodelkan dalam ruang vektor menjadi vektor. Lalu dokumen – dokumen yang ada di modelkan juga menjadi vektor. Kemudian cukup dengan membandingkan kemiripan dari dokumen dengan *query*. Untuk kasus ini, pendekatan yang lebih disepakati adalah pendekatan dengan tidak memperhatikan besar dari vektor tersebut. Karena dalam hal ini jika besar vektor diperhitungkan dapat dikatakan dokumen yang paling relevan akan cenderung dokumen yang panjangnya mendekati *query* dari user. Kecuali hal tersebut memang diinginkan, maka besar dari vektor lebih baik tidak diperhitungkan.

Selain itu masih banyak pemanfaatan yang mungkin belum dikembangkan. Beberapa ide tersebut misalnya untuk klasifikasi mahluk hidup. Dalam hal ini *n* ciri – ciri yang ada dapat dimodelkan ke dalam ruang vektor berderajat *n*. Kemudian seperti yang dilakukan di atas, mahluk hidup yang ada dilihat cirinya dan kemudian dimodelkan dalam ruang vektor. Seharusnya pendekatan yang cocok untuk kasus ini adalah dengan mengabaikan besar juga karena dalam hal ini ciri tersebut cenderung tidak bisa dicacah namun dapat dinyatakan sebagai pernyataan *boolean* (ada atau tidak). Misalnya memiliki sayap, tidak berbulu, tidak dapat bernafas dalam air. Semakin banyak ciri yang dibandingkan, secara teori akan semakin akurat perbandingan kemiripan tersebut.

Ide lainnya misalnya untuk penentuan kombinasi menu. Misalnya pada suatu restoran cepat saji terdapat 2 kombinasi pesanan yang sering muncul. Kemudia pihak restoran memutuskan akan menambahkan kombinasi menu tersebut menjadi sebuah paket. Namun pihak restoran hanya ingin menambahkan satu buah paket. Dari persoalan ini kita dapat memodelkan komponen dari menu dengan komponen dari vektor kemudian menggunakan metode yang ada untuk mencari vektor yang membagi sudut antara kedua vektor sama besar. Kemudian kita cukup memastikan vektor tersebut memiliki besar yang mirip dan akhirnya mengintepretasikannya menjadi kombinasi menu yang dapat dikatakan merupakan penengah dari 2 kombinasi pesanan yang disebutkan sebelumnya. Tentu saja ini hanya merupakan salah satu pendekatan, karena dalam hal ini kita hanya memperhatikan pengembangan paket dari sisi kemiripan, sedangkan dalam kenyataanya akan banyak faktor lainnya yang harus dipertimbangkan.

V. KESIMPULAN

Permodelan ruang vektor merupakan salah satu aplikasi dari vektor dan ruang vektor yang sebenarnya tidak banyak berhubungan dengan konsep objek matematika yang memilki besar dan arah. Namun dengan membuat hal yang tidak berhubungan itu menjadi objek dengan besar dan arah tersebut, ternyata dapat dilakukan analisa lebih lanjut mengenai kemiripan kedua objek tersebut.

Pengecekan kemiripan ini diawali dengan memodelkan objek ke dalam ruang vektor. Setelah vektor – vektor tersebut ditentukan, hal yang perlu kita lakukan adalah membahas batasan dari pengecekan kemiripan. Apakah pengecekan kemiripan ini akan mempedulikan besar dari vektor ataukah tidak. Cara pengecekan yang tidak mempedulikan besar salah satunya adaah dengan menggunakan *cosine similarity*. Sedangkan untuk pengecekan yang mempedulikan besar dapat menggunakan *scalar product*. Pada akhirnya hal yang terpenting adalah kesuksesan permodelan dilanjutkan dengan teknik yang tepat.

Untuk pengembangan lebih lanjut, pemanfaatan permodelan ruang vektor untuk mencari kemiripan ini masih dapat dikembangkan di berbagai bidang. Seperti yang dijelaskan sebelumnya, misalnya dalam pengklasifikasian mahluk hidup dan perancangan kombinasi.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Saya pertama berterima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa karena hanya berkat dan rahmat-Nya makalah ini dapat diselesaikan. Terima kasih juga saya ucapkan untuk dosen pengajar mata kuliah IF2123 Aljabar Geometeri yaitu Dr.Ir. Rinaldi Munir, MT. dan juga Drs. Judhi Santoso, M.Sc. yang telah memberikan pengajaran ilmu yang mendasari makalah ini.

REFRENSI

[1] J. Vince, *Geometric Algebra for Computer Graphics*. London: Springer-Verlag, 2008, ch. 4.
[2] Kamus Besar Bahasa Indonesia versi dalam jaringan. http://kbbi.web.id diakses pada 15 Desember 2015 pukul 22.00 WIB.
[3] Cambridge University Press. *Dot Product*. http://nlp.stanford.edu/IR-book/html/htmledition/dot-products-1.html diakses pada 15 Desember 2015 pukul 23.30 WIB.
[4] R. Munir, *Aplikasi Aljabar Vektor pada Information Retrieval System*. http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometeri/2015-2016/Aplikasi%20Aljabar%20Vektor%20pada%20IR.pptx dikases pada 16 Desember 2015 pukul 01.00 WIB.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 16 Desember 2015

Andri Hardono Hutama - 13514031