

Convex Hull

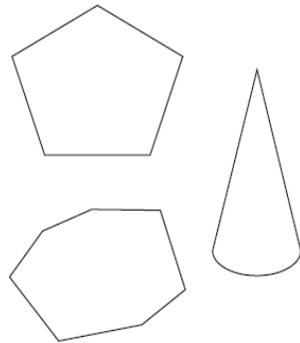
Bahan Tambahan IF2211 Strategi Algoritma

Oleh: Nur Ulfa Maulidevi

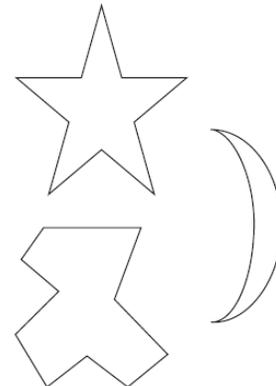
Program Studi Informatika ITB

Pendahuluan

- Salah satu hal penting dalam komputasi geometri adalah menentukan *convex hull* dari kumpulan titik.
- Himpunan titik pada bidang planar disebut *convex* jika untuk sembarang dua titik pada bidang tersebut (misal p dan q), seluruh segmen garis yang berakhir di p dan q berada pada himpunan tersebut. Contoh gambar 1 adalah poligon yang *convex*, sedangkan gambar 2 menunjukkan contoh yang *non-convex*.

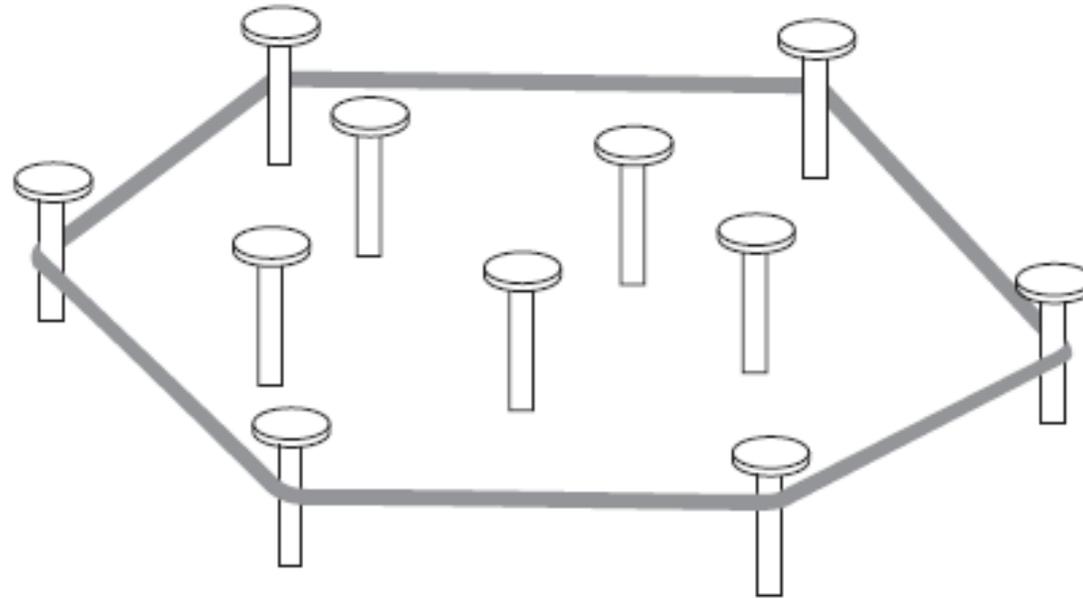


Gambar 1: convex



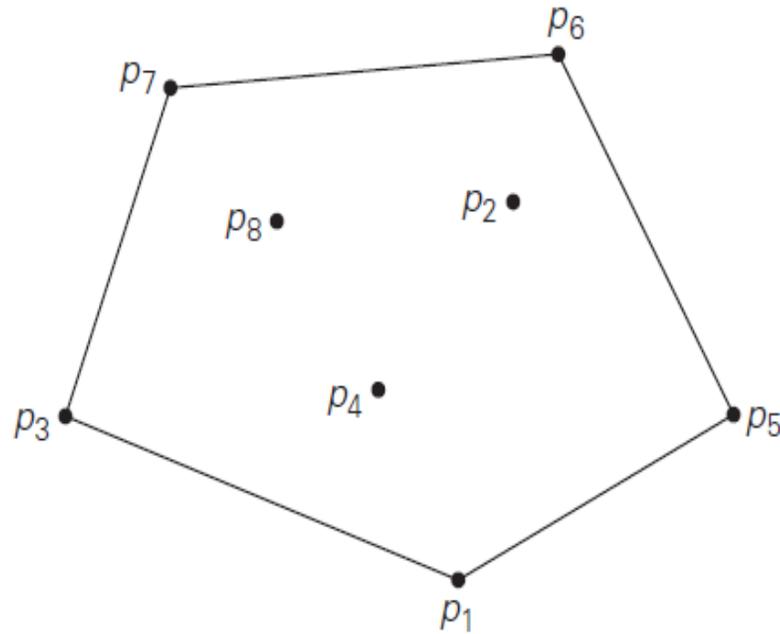
Gambar 2: non convex

- Convex Hull dari himpunan titik S adalah himpunan convex terkecil (*convex polygon*) yang mengandung S



- Untuk dua titik, maka *convex hull* berupa garis yang menghubungkan 2 titik tersebut.
- Untuk tiga titik yang terletak pada satu garis, maka *convex hull* adalah sebuah garis yang menghubungkan dua titik terjauh.
- Sedangkan *convex hull* untuk tiga titik yang tidak terletak pada satu garis adalah sebuah segitiga yang menghubungkan ketiga titik tersebut. Untuk titik yang lebih banyak dan tidak terletak pada satu garis, maka *convex hull* berupa poligon *convex* dengan sisi berupa garis yang menghubungkan beberapa titik pada S .

- Contoh convex hull untuk delapan titik dapat dilihat pada gambar 3

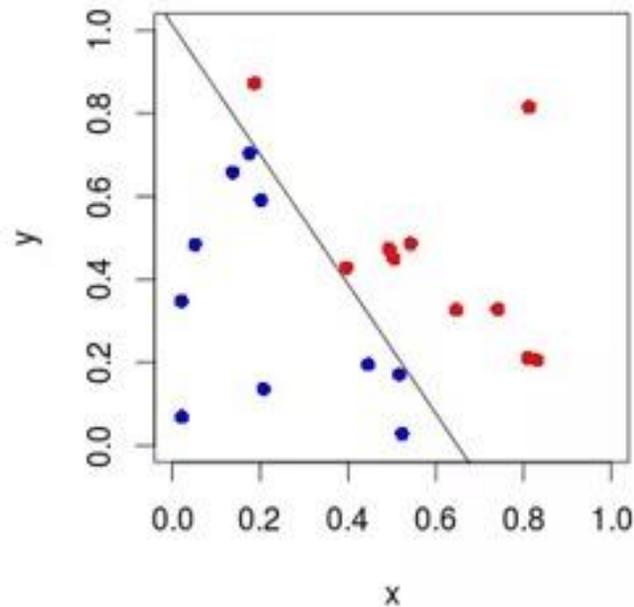


Gambar 3 Convex Hull untuk delapan titik

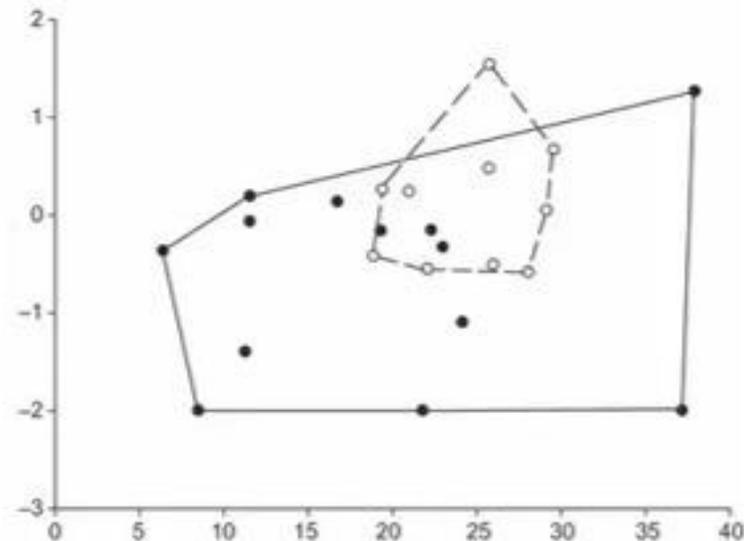
- Pemanfaatan dari *convex hull* ini cukup banyak.
- Pada animasi komputer, pemindahan suatu objek akan lebih mudah dengan memindahkan *convex hull* objek untuk *collision detection*.
- *Convex hull* juga dapat digunakan dalam persoalan optimasi, karena penentuan titik ekstrimnya dapat membatasi kandidat nilai optimal yang diperiksa.
- Pada bidang statistik, *convex hull* juga dapat mendeteksi *outliers* pada kumpulan data.

Pemanfaatan Convex Hull: Tes Linearly Separable Dataset

Alternatif 1. Visualisasi data:
analisis manual sulit utk
dimensi tinggi.



Alternatif 2. Analisis convex-hull antar kelas tidak overlap
→ linearly separable dataset



<https://www.quora.com/How-can-I-know-whether-my-data-is-linearly-separable>

Convex Hull dengan Divide and Conquer

- Tujuan: menemukan kumpulan titik 'terluar' yang membentuk *convex hull*
- Ide dasar: menggunakan metoda *Quick Sort*
- S: himpunan titik sebanyak n , dengan $n > 1$, yaitu titik $p_1(x_1, y_1)$ hingga $p_n(x_n, y_n)$ pada bidang Cartesian dua dimensi
- Kumpulan titik diurutkan berdasarkan nilai absis yang menaik, dan jika ada nilai absis yang sama, maka diurutkan dengan nilai ordinat yang menaik
- p_1 dan p_n adalah dua titik ekstrim yang akan membentuk *convex hull* untuk kumpulan titik tersebut.

Ide Divide and Conquer (2)

1. Garis yang menghubungkan p_1 dan p_n (p_1p_n) membagi titik S menjadi dua bagian yaitu S_1 (kumpulan titik di sebelah kiri garis p_1p_n) dan S_2 (kumpulan titik di sebelah kanan garis p_1p_n). Untuk memeriksa apakah sebuah titik berada di sebelah kiri suatu garis yang dibentuk dua titik, gunakan penentuan determinan

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = x_1y_2 + x_3y_1 + x_2y_3 - x_3y_2 - x_2y_1 - x_1y_3$$

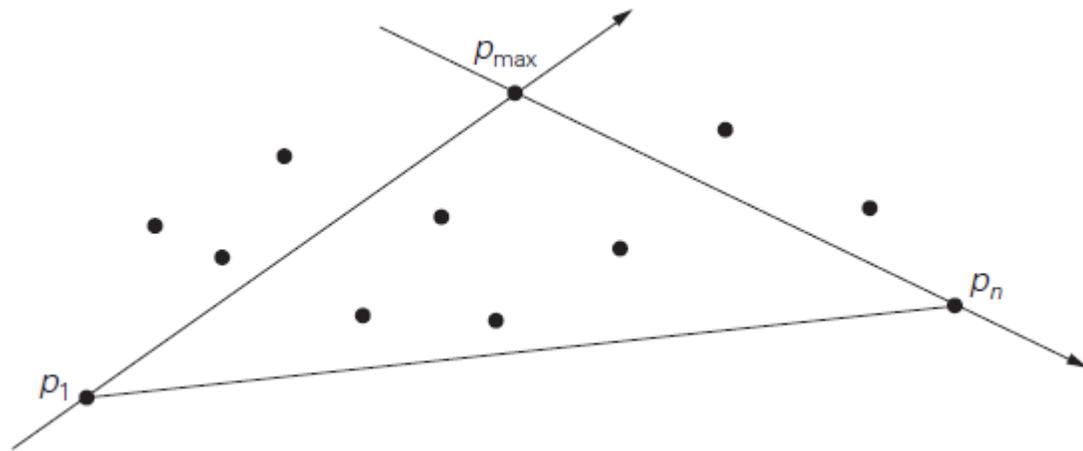
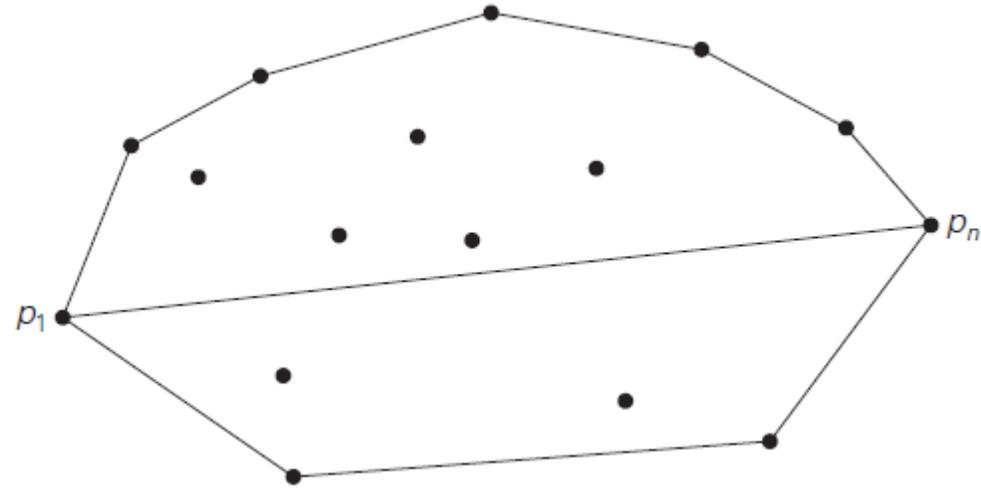
Titik (x_3, y_3) berada di sebelah kiri dari garis $((x_1, y_1), (x_2, y_2))$ jika hasil formula positif

2. Semua titik pada S yang berada pada garis p_1p_n (selain titik p_1 dan p_n) tidak mungkin membentuk *convex hull*, sehingga bisa diabaikan dari pemeriksaan
3. Kumpulan titik pada S_1 bisa membentuk *convex hull* bagian atas, dan kumpulan titik pada S_2 bisa membentuk *convex hull* bagian bawah

Ide Divide and Conquer (3)

4. Untuk sebuah bagian (misal S_1), terdapat dua kemungkinan:
 - Jika tidak ada titik lain selain S_1 , maka titik p_1 dan p_n menjadi pembentuk convex hull bagian S_1
 - Jika S_1 tidak kosong, pilih sebuah titik yang memiliki jarak terjauh dari garis p_1p_n (misal p_{max}). Jika terdapat beberapa titik dengan jarak yang sama, pilih sebuah titik yang memaksimalkan sudut $\angle p_{max} p_1 p_n$
 - Semua titik yang berada di dalam daerah segitiga diabaikan untuk pemeriksaan lebih lanjut $\angle p_{max} p_1 p_n$
5. Tentukan kumpulan titik yang berada di sebelah kiri garis p_1p_{max} (menjadi bagian $S_{1,1}$), dan di sebelah kanan garis p_1p_{max} (menjadi bagian $S_{1,2}$)
6. Lakukan hal yang sama (butir 4 dan 5) untuk bagian S_2 , hingga bagian 'kiri' dan 'kanan' kosong
7. Kembalikan pasangan titik yang dihasilkan

Ilustrasi



Selamat belajar