

Mendapatkan Keuntungan Investasi Tertinggi dengan Memanfaatkan Algoritma *Dynamic Programming*

Yohanes Jhouma Parulian Napitupulu / 13515053

*Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13515053@std.stei.itb.ac.id*

Abstrak-- Tidak yang pernah tau apa yang akan terjadi di masa depan. Bisa terjadi krisis ekonomi atau kecelakaan yang tidak diinginkan, PHK, dan sebagainya. Sebaik-baiknya mempersiapkan diri untuk masa depan, agar dapat menghadapi apa yang nanti akan datang. Banyak cara mempersiapkan diri untuk masa depan tersebut, biasa disebut dengan investasi, bisa berupa asuransi, tabungan pada bank, deposito, atau saham suatu perusahaan. Tentu saja kita ingin agar investasi kita memberikan keuntungan sebesar-besarnya, sehingga kita semakin siap untuk masa depan, hidup tenang di hari tua, dan anak-cucu kita dapat hidup nyaman. Salah satu cara untuk dapat memaksimalkan investasi kita pada deposito di bank adalah dengan menggunakan *Dynamic Programming*. Karena jumlah bunga deposito yang selalu tetap, dan tiap-tiap bank memiliki bunga dan paket deposit yang berbeda, sehingga kita dapat menentukan bagaimana cara kita berinvestasi yang paling menguntungkan. Dengan *Dynamic Programming* kita akan dapat membandingkan tiap-tiap cara berinvestasi dan dapat mendapatkan keuntungan maksimal.

Kata Kunci--Masa depan, Investasi, *Dynamic Programming*

I. PENDAHULUAN

Tidak ada yang dapat mengetahui apa yang nantinya akan terjadi dimasa depan. Seperti kata seorang penulis asal Amerika Serikat, Ursula K. Le Guin, "*The only thing that makes life possible is permanent, intolerable uncertainty: not knowing what comes next.*", yang maksudnya dapat diambil adalah kita tidak tahu apa yang akan datang berikutnya. Bisa jadi rezeki atau bahkan sebuah bencana. Bila itu rezeki kita akan senang, namu jika ternyata yang datang adalah bencana sebaik-baiknya kita sudah siap menghadapinya.

Ada banyak bencana. Dapat berupa bencana alam, kecelakaan dalam perjalanan, sakit yang memerlukan biaya besar, atau bahkan bencana ekonomi seperti krisis moneter yang terjadi di Indonesia pada tahun 1998, dimana harga-harga bahan-bahan pokok mengalami kenaikan yang signifikan.

Semua bencana memang tidak dihindari, karena kita tahu kapan bencana tersebut akan datang. Namun kita dapat mempersiapkan diri untuk menghadapi bencana-bencana tersebut, seperti : bencana alam, manusia tidak dapat mengontrol kapan bencana tersebut datang, tetapi kita dapat membuat alat untuk mendeteksi apakah ada bencana yang akan datang atau tidak.

Untuk bencana ekonomi, kita dapat mempersiapkan diri dengan investasi. Dengan berinvestasi, kita akan mendapatkan cadangan kekayaan yang bisa kita manfaatkan bila terjadi hal-hal yang tidak diinginkan seperti bencana tersebut. Investasi bahkan diajarkan pada Alkitab, pada Amsal 6:6-8 : "⁶*Hai pemalas, pergilah kepada semut, perhatikanlah lakunya dan jadilah bijak: ⁷biarpun tidak ada pemimpinnya, pengaturnya atau penguasanya, ⁸ia menyediakan rotinya di musim panas, dan mengumpulkan makanannya pada waktu panen*". Maksud dari ayat ini adalah kita tidak boleh malas untuk menyiapkan apa yang akan datang di masa depan. Dengan kata lain, kita harus berinvestasi.

Menurut KBBI, investasi adalah penanaman uang atau modal dalam suatu perusahaan atau proyek untuk tujuan memperoleh keuntungan. Uang yang kita tanam tersebut akan dimanfaatkan oleh perusahaan maupun proyek tersebut akan dielola sehingga akan menghasilkan keuntungan, dan kita sebagai investor akan mendapatkan pembagian keuntungan tersebut.

Terdapat bentuk-bentuk investasi pada masa ini. Bentuk-bentuk investasi adalah saham, obligasi, tanah, properti, deposito, dan sebagainya. Instrumen-instrumen investasi ini mempunyai kelebihan dan kekurangannya masing-masing. Seperti misalnya, saham dapat menjanjikan keuntungan yang besar dalam waktu yang cepat, namun pergerakan harganya juga dapat memberikan kerugian yang besar dalam waktu yang singkat, seperti istilah yang sudah umum digunakan oleh para investor, yaitu *High Risk High Return*.

Untuk makalah ini, penulis akan berfokus pada investasi berbentuk deposito di bank. Deposito adalah produk penyimpanan uang di bank dengan sistem penyetoran yang penarikannya hanya bisa dilakukan setelah melewati waktu tertentu. Dengan kata lain, deposito mirip dengan tabungan hanya saja tidak dapat diambil sebelum waktu yang ditentukan. Untuk makalah ini, penulis mengasumsikan bahwa jangka waktu deposito adalah satu tahun.

Seringkali terdapat perbedaan bunga antara satu deposito dengan deposito yang lain, oleh karena itu tidak ada salahnya apabila kita mencari cara untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal. Dengan menggunakan algoritma *Dynamic Programming*, penulis akan mencari keuntungan terbesar yang dapat diperoleh dari deposito sesuai dengan kondisi yang ada.

II. DASAR TEORI

A. Deposito

a) Pengertian Deposito

Deposito merupakan adalah produk penyimpanan uang di bank dengan sistem penyetoran yang penarikannya hanya bisa dilakukan setelah melewati waktu tertentu. Perbedaan antara deposito dengan tabungan biasa adalah deposito memberikan bunga yang lebih besar daripada tabungan yang biasa ditawarkan bank.

b) Jenis-jenis Deposito

Deposito yang beredar di masyarakat dapat dibagi menjadi 3 jenis, yaitu deposito berjangka, sertifikat deposito, dan deposito on call. Penjelasan akan dijelaskan di bawah ini :

1. Deposito Berjangka, yaitu deposito yang umum dikenal masyarakat, Deposito berjangka adalah jenis tabungan berjangka Yang penarikannya hanya dapat dilakukan pada waktu tertentu. Deposito berjangka diterbitkan bisa dengan atas nama perorangan maupun lembaga. Uang yang disimpan, hanya bisa diambil ketika jatuh tempo oleh pihak yang tertera pada bilyetnya.
2. Sertifikat Deposito, diterbitkan atas unjuk dalam bentuk sertifikat. Sertifikat tersebut tidak mengacu pada nama seseorang atau lembaga tertentu, sehingga dapat dipindahtangankan dan sangat mungkin untuk diperjualbelikan.
3. Deposito On Call, yaitu tabungan berjangka dengan waktu penyimpanan yang relatif singkat, minimal 7 hari dan paling lama hanya kurang dari 1 bulan. Deposito ini dikhususkan dalam jumlah yang besar.

c) Manfaat Deposito

Deposito memiliki beberapa manfaat dan keuntungan, yaitu :

1. Suku bunga deposito lebih tinggi dibandingkan produk tabungan biasa.
2. Relatif aman karena dijamin LPS (Lembaga Penjamin Simpanan)
3. Memiliki risiko rendah.
4. Mudah diakses.
5. Dapat dijadikan sebagai jaminan kredit
6. Syarat untuk mendapatkan deposito relatif mudah

B. Algoritma *Dynamic Programming*

- a. Definisi Algoritma *Dynamic Programming* adalah metode pemecahan masalah dengan cara menguraikan solusi menjadi sekumpulan langkah (step) atau tahapan (stage) sedemikian rupa sehingga solusi dari permasalahan ini dapat dipandang dari serangkaian keputusan-keputusan kecil yang saling berkaitan satu dengan yang lain. Penyelesaian persoalan dengan pemrograman dinamis ini akan menghasilkan sejumlah berhingga pilihan yang mungkin dipilih, lalu akan dibangun solusi pada setiap tahap-tahap yang dibangun dari solusi pada tahap sebelumnya sampai pada tahap awal.

b. Karakteristik Persoalan *Dynamic Programming*

Persoalan-persoalan yang dapat diselesaikan dengan *Dynamic Programming* mempunyai karakteristik sebagai berikut :

1. Persoalan dapat dibagi menjadi beberapa tahap (stage), yang pada setiap tahap hanya dapat diambil satu keputusan.
2. Masing-masing tahap terdiri dari sejumlah status (state) yang berhubungan dengan tahap tersebut. Secara umum, status merupakan bermacam kemungkinan masukan yang ada pada tahap tersebut. Jumlahnya bisa berhingga atau tak berhingga.
3. Hasil dari keputusan yang diambil pada setiap tahap ditransformasikan dari status yang bersangkutan ke status berikutnya pada tahap berikutnya.
4. Ongkos pada suatu tahap meningkat secara teratur dengan bertambahnya jumlah tahapan.
5. Ongkos pada suatu tahap bergantung pada ongkos tahap-tahap yang sudah berjalan dan ongkos pada tahap tersebut.
6. Keputusan terbaik pada suatu tahap bersifat independen terhadap keputusan yang dilakukan pada tahap sebelumnya.
7. Adanya hubungan rekursif yang mengidentifikasi keputusan terbaik untuk setiap status pada tahap k memberikan keputusan terbaik untuk setiap status pada tahap $k + 1$.
8. Prinsip optimalitas berlaku pada persoalan tersebut.

c. Langkah-langkah Algoritma *Dynamic Programming*

Untuk *Dynamic Programming*, tahapan-tahapannya adalah sebagai berikut :

1. Karakteristikan struktur solusi optimal.
2. Definisikan secara rekursif nilai solusi optimal
3. Hitung nilai solusi optimal secara maju atau mundur
4. Konstruksi solusi optimal.

d. Kelebihan dan Kekurangan Algoritma *Dynamic Programming*

Kelebihan *Dynamic Programming*

1. Mengoptimalkan penyelesaian suatu masalah tertentu yang diuraikan menjadi

sub-sub masalah yang lebih kecil yang terkait satu sama lain dengan tetap memperhatikan kondisi dan batasan permasalahan tersebut.

2. Proses pemecahan suatu masalah yang kompleks menjadi sub-sub masalah yang lebih kecil membuat sumber permasalahan dalam rangkaian proses masalah tersebut menjadi lebih jelas untuk diketahui.
3. Pendekatan *Dynamic Programming* dapat diaplikasikan untuk berbagai macam masalah pemrograman matematik, karena dynamic programming cenderung lebih fleksibel daripada teknik optimasi lain.
4. Prosedur perhitungan *Dynamic Programming* juga memperkenankan bentuk analisis sensitivitas terdapat pada setiap variabel status (state) maupun pada variabel yang ada di masing-masing tahap keputusan (stage).
5. *Dynamic Programming* dapat menyesuaikan sistematika perhitungannya menurut ukuran masalah yang tidak selalu tetap dengan tetap melakukan perhitungan satu persatu secara lengkap dan menyeluruh.

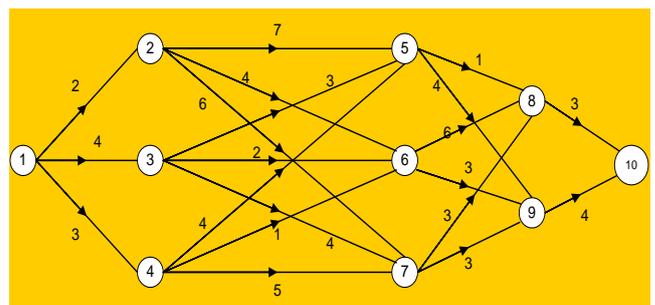
Kelemahan *Dynamic Programming*:

Penggunaan dynamic programming jika tidak dilakukan secara tepat, akan mengakibatkan ketidakefisienan biaya maupun waktu. Karena dalam menggunakan dynamic programming diperlukan keahlian, pengetahuan, dan seni untuk merumuskan suatu masalah yang kompleks, terutama yang berkaitan dengan penetapan fungsi transformasi dari permasalahan tersebut.

e. Contoh Persoalan yang menggunakan Algoritma *Dynamic Programming*

Contoh:

Tentukan lintasan terpendek dari simpul 1 ke 10



Misalkan x_1, x_2, \dots, x_4 adalah simpul-simpul yang dikunjungi pada tahap k (1, 2, 3, 4), rute yang dilalui adalah $x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow x_4 \rightarrow 10$ (pada kasus ini $x_1=1$)

Relasi rekurens berikut menyatakan lintasan terpendek dari status s ke x_4 pada tahap k :

$$f_1(s) = c_{z1,s} \quad (\text{basis})$$

$$f_k(s) = \min(c_{xk,s} + f_{k-1}(x_k)) \quad (\text{rekurens})$$

$$k = 2, 3, 4$$

Keterangan:

- x_k : peubah keputusan pada tahap k ($k = 2, 3, 4$).
- C_{sx_k} : bobot (*cost*) sisi dari s ke x_k
- $f_k(s)$: nilai minimum dari $f_k(x_k, s)$
- $f_k(x_k, s)$: total bobot lintasan dari ke x_k ke s

Tujuan program dinamis maju: mendapatkan $f_4(10)$ dengan cara mencari $f_1(s), f_2(s), f_3(s)$ terlebih dahulu.

Tahap 1

$$f_1(s) = c_{z1,s}$$

S	Solusi optimum	
	$f_2(s)$	X_1^*
2	2	1
3	4	1
4	3	1

ket : x_k^* adalah nilai x_k yang meminimumkan f_s

Tahap 2

$$f_2(s) = \min(c_{z1s} + f_1(x_2))$$

s/ x_2	$f_2(x_2, s) = c_{z1s} + f_1(x_2)$			Solusi Optimum	
	2	3	4	$f_2(s)$	x_2^*
5	9	7	7	7	3 atau 4
6	6	6	4	4	4
7	8	8	8	8	2, 3, 4

Tahap 3

$$f_3(s) = \min(c_{z3s} + f_2(x_3))$$

s/ x_3	$f_3(x_3, s) = c_{z2s} + f_2(x_3)$			Solusi Optimum	
	5	6	7	$f_3(x_2, s)$	x_3^*
8	8	10	11	8	5
9	11	7	11	7	6

Tahap 4

$$f_4(s) = \min(c_{z4s} + f_3(x_4))$$

s/ x_4	$f_4(x_4, s) = c_{x4s} + f_3(x_4)$		Solusi Optimum	
	8	9	$f_4(s)$	x_4^*
10	11	10	11	8 atau 9

III. ANALISIS PERMASALAHAN

Dalam analisis ini digunakan beberapa asumsi sebagai berikut:

- Investor ingin menabungkan uangnya ke bank tiap awal tahun dengan jumlah $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ duntuk n tahun kedepannya.
- Bunga suatu bank adalah $r_1, r_2, r_3, \dots, r_m$ untuk bank pertama, kedua, ketiga, sampai pada bank ke- m . Semua bunga dihitung di akhir tahun.
- Setiap bank akan memberi bonus pada akhir tahun dengan besar $q_{i,1}; q_{i,2}; \dots; q_{i,m}$ untuk tiap tiap bank, dengan i adalah tahun dimana bonus itu diberikan.

Adapun variable-variable yang nantinya akan digunakan dalam perhitungan ini yaitu (dengan asumsi hanya ada dua bank):

- i ini untuk menyatakan tahun yang akan dihitung.
- M_i dan M_i' adalah jumlah uang yang ditabung pada bank pertama dan kedua pada tahun ke- i . (Jika ada lebih dari dua bank maka ada lebih dari dua variabel)

- x_i Jumlah uang yang dapat ditabung pada awal tahun ke- i .

Dari pernyataan diatas dapat diambil kesimpulan bahwa $x_i = M_i + M_i'$; sehingga $M_i' = x_i - M_i$

dengan nilai x_i .

$$x_i = P_i$$

$$x_i = P_i + q_{i-1,1} * M_{i-1} + q_{i-1,2} * (x_{i-1} - M_{i-1})$$

Akan didefinisikan:

- sebuah fungsi $f_i(x_i)$ = nilai optimal dari investasi untuk tahun $i, i+1, \dots, n$. dengan nilai x_i .
- s_i adalah jumlah akumulasi pada akhir tahun dengan M_i dan $(x_{i-1} - M_{i-1})$ adalah investasi yang dilakukan pada tahun ke i di bank pertama dan kedua.

Masalah investasi ini dapat digeneralisasikan dengan memaksimalkan nilai $(s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n)$.

Dengan :

$$s_i = M_i \alpha_1^{n+1-i} + (x_i - M_i) \alpha_2^{n+1-i}$$

$$= (\alpha_1^{n+1-i} - \alpha_2^{n+1-i}) M_i + \alpha_2^{n+1-i} x_i, i=1, 2, 3, \dots, n-1$$

$$s_n = (\alpha_1 + q_{n1} - \alpha_2 - q_{n2}) M_n + (\alpha_2 + q_{n2}) x_n$$

Algoritma *Dynamic Programming* untuk menyelesaikan masalah ini adalah :

$$\text{basis : } f_{n+1}(x_{n+1}) = 0$$

$$\text{rekurens : } f_i(x_i) = \max(s_i + f_{i+1}(x_{i+1})), i = 1, 2, \dots, n-1$$

Untuk memaksimalkan nilai yang berada pada dalam itu adalah dengan menggunakan Pemrograman Linear sehingga didapatkan nilai yang palikmaksimal dari nilai M_i .

Sebagai contoh:

misalkan nilai $n = 4$
dengan $P_1 = 4000$ dan $P_2 = P_3 = P_4 = 2000$.

$$\alpha_1 = (1 + 0.08) = 1.08$$

$$\alpha_2 = (1 + 0.078) = 1.078$$

$$q_{11} = 0.018 \quad q_{21} = 0.017 \quad q_{31} = 0.021 \quad q_{41} = 0.025$$

$$q_{12} = 0.023 \quad q_{22} = 0.022 \quad q_{32} = 0.026 \quad q_{42} = 0.03$$

Tahun ke-4

$f_4(x_4) = \max(s_4)$, didapatkan nilai $f_4(x_4) = 1.108 x_4$ (ketika $M_4 = 0$)

Tahun ke -3

$f_3(x_3) = \max(s_3 + f_4(x_4))$, dengan $x_4 = 2000 - 0.005M_3 + 0.026x_3$

didapatkan nilai

$$f_3(x_3) = 2216 + 1.1909 x_3 \text{ (ketika } M_3 = 0)$$

Tahun ke - 2

$f_2(x_2) = \max(s_2 + f_3(x_3))$, dengan $x_3 = 2000 - 0.005M_2 + 0.022x_2$

didapatkan nilai

$$f_2(x_2) = 4597.8 + 1.27996 x_2 \text{ (ketika } M_2 = x_2)$$

Tahun ke - 1

$f_1(x_1) = \max(s_1 + f_2(x_2))$, dengan $x_2 = 2000 - 0.005M_1 + 0.023x_1$

didapatkan nilai

$$f_1(x_1) = 7157.7 + 1.38349x_1 \text{ (ketika } M_1 = 4000)$$

jadi:

$$x_1 = 4000$$

$$x_2 = 2072$$

$$x_3 = 2035.22$$

$$x_4 = 2052.92.$$

dengan solusi optimum untuk permasalahan ini adalah nilai

$$f_1(x_1) = 7157.7 + 1.38349(4000) = 12691.66$$

V. KESIMPULAN

Jadi dengan *Dynamic Programming* dapat didapatkan keuntungan investasi tertinggi yang mungkin bisa didapatkan. Dan hasil yang didapatkan selalu benar untuk setiap kasus dengan asumsi yang sama pada persoalan.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih terutama kepada Tuhan Yesus Kristus karena atas kasih dan karunia-Nya penulis mampu menyelesaikan makalah ini tepat waktu dan sebaik-baiknya. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Ibu Dr. Nur Ulfa Maulidevi ST, M.Sc. sebagai dosen mata kuliah IF 2211 Strategi Algoritma di kelas K-2.

REFERENSI

[1]Anany Levitin, "Design and Analysis of Algorithm", Pearson Education Inc. 2012

[2]Kamus Besar Bahasa Indonesia

[3] Hamdy A.Taha,"Operation Research: An Introduction", Pearson Education Inc. 2011

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 17 Mei 2017



Yohanes Jhouma Parulian Napitupulu

13515053