Perhitungan Nilai *Golden Ratio* dengan Beberapa Algoritma Solusi Persamaan Nirlanjar

Danang Tri Massandy (13508051)
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
danangmassandy@yahoo.co.id

***Abstrak*—Metode numerik banyak diaplikasikan pada bidang matematika, fisika, ataupun kimia. Salah satu persoalan matematika adalah bagiamana mencari bilangan *golden ratio* yaitu bilangan unik yang menyatakan rasio jumlah dua bilangan dengan bilangan terbesarnya sama dengan rasio bilangan terbesar dengan bilangan terkecilnya. Solusi dari bilangan *golden ratio* ini irrasional sehingga dapat dihampiri dengan metode numerik. Metode numerik untuk menyelesaikan solusi persamaan nirlanjar diantaranya adalah metode bagi dua, regula falsi, lelaran titik tetap, newton raphson, serta secant. Pada makalah ini dibahas juga tentang metode HouseHolds dengan iterasi orde tinggi. Beberapa metode diatas dibandingkan untuk menyelesaikan permasalahan pada pencarian bilangan *golden ratio*.**

***Kata Kunci*—solusi persamaan nirlanjar, golden ration, metode, bagidua, regulafalsi, lelaran titik tetap, newton raphson, secant, households, halley, orde, konvergen, galat.**

I. PENDAHULUAN

Banyak bidang ilmu yang melibatkan bagaimana menyelesaikan permasalahan f(x)=0. Cara termudah adalah dengan menfaktorkan jika orde persamaan tersebut rendah. Namun, pada kenyataannya, permasalahan pada bidang matematika, fisika, kimia, ataupun lainnya melibatkan persamaan yang rumit dengan orde pangkat yang tinggi ataupun variabel yang sangat banyak. Oleh karena itu, diperlukan metode numerik untuk membantu perhitungan penyelesaian solusi permasalahan tersebut.

Contoh salah satu permasalahan matematika yang dapat diselesaikan dengan metode numerik adalah menghitung nilai dari bilangan *golden ratio*. Bilangan ini sangat unik dan aneh karena dapat muncul dari sekeliling lingkungan serta irrasional.

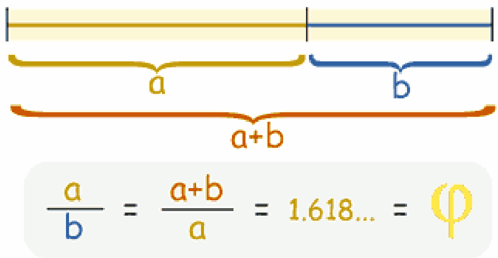
Persamaan f(x)=0 merupakan persamaan nirlanjar yang dapat diselesaikan dengan menggunakan dua cara metode, yaitu metode terbuka dan tertutup. Keduanya dibedakan dari cara pendekatan hampiran solusi, metode tertutup mencari solusi dalam selang tertentu tapi metode terbuka tidak. Metode pencarian solusi persamaan nirlanjar sangat diperhatikan dalam kekonvergenan dan nilai galat yang dihasilkan. Konvergen berarti seberapa cepat iterasi/lelaran yang dilakukan metode tersebut untuk menemukan solusi persamaan. Nilai galat yang dihasilkan menentukan seberapa akurat metode tersebut menemukan solusi karena setiap metode numerik tidak akan dapat menghasilkan solusi yang benar-benar mirip dengan solusi sejatinya.

Metode tertutup terdiri dari metode bagi dua serta regula falsi. Sedangkan, metode terbuka terdiri dari metode lelaran titik-tetap, Newton Raphson, dan Secant. Masing-masing dari metode tersebut memiliki kelebihan dan kekurangannya masing-masing tergantung permasalahan yang diselesaikan. Metode Newton Raphson dapat digeneralisasikan menjadi metode HouseHolds yang berorde lebih tinggi dari metode Newton Raphson tersebut. Metode HouseHolds terdiri dari beberapa metode dengan orde yang tinggi (lebih dari 2).

II. BILANGAN *GOLDEN RATIO*

Golden ratio disimbolkan dalam φ ("phi") bernilai kisaran antara 1.618. Bilangan ini banyak muncul dalam geometri, seni, ataupun arsitektur dan bidang lainnya.

Dua bilangan merupakan *golden ratio* jika rasio dari penjumlahan dua bilangan tersebut dengan bilangan terbesar sama dengan rasio bilangan terbesar dengan bilangan satunya. Definisi ini ditunjukkan seperti pada Gambar 1.



Gambar 1: Ide dari Konsep Golden Ratio [3]

Perhitungan dari nilai 1.618… ini didapat dari menyelesaikan persamaan (1) sebagai berikut ini,

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi \qquad (1)$$

Untuk menyederhanakan persamaan (1), misalkan b/a = 1/φ, sehingga persamaan sisi kiri menjadi,

$$\frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a} = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

Pada persamaan awal (1), nilai $\frac{a+b}{a}$ sendiri sama dengan φ. Oleh karena itu, didapat persamaan sebagai berikut,

$$1 + \frac{1}{\varphi} = \varphi \qquad (2)$$

Persamaan (2) dikalikan dengan φ, sehingga didapat persamaan kuadrat,

$$\varphi + 1 = \varphi^2$$
$$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$$

Persamaan kuadrat tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan formula abc, sehingga didapat nilai φ positif, yaitu sebesar

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.6180339887498948420\ldots \qquad (3)$$

Banyak cara untuk mendapatkan bilangan φ, misalnya dengan menggambar, menghitung dengan kalkulator, atau dengan menggunakan bilangan Fibonacci [3]. Bilangan ini termasuk juga sebagai bilangan irrasional karena bisa dibentuk sebagai pembagian yang berulang.

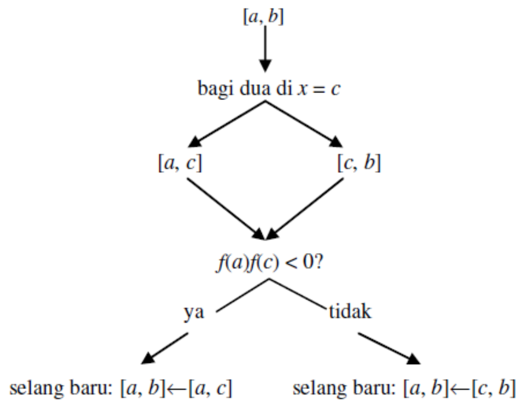
Bilangan ini termasuk bilangan yang unik karena muncul di beberapa tempat dari masa lalu misalnya pada kuil Parthenon di Yunani. Atau pada lukisan Leonardo Da Vinci yaitu ilustrasi polyhedral yang menggambarkan tubuh manusia pada pentagram. Pada alam, bilangan *golden ratio* muncul di percabangan ranting pada daun tumbuhan.

III. ALGORITMA SOLUSI PERSAMAAN NIRLANJAR

Metode pencarian akar untuk persamaan f(x)=0 secara umum digolongkan menjadi dua kategori yaitu metode tertutup dan metode terbuka[2]. Algoritma yang termasuk dalam metode tertutup adalah metode bagi dua dan metode regula falsi, sedangkan yang termasuk dalam metode terbuka yaitu metode lelaran titik tetap, newton raphson, dan secant. Pada makalah ini digunakan juga metode HouseHolds yaitu bentuk metode yang lebih tinggi dari metode newton raphson dan memiliki iterasi orde yang tinggi (orde 4 atau 5).

A. Metode Bagi Dua

Pada metode bagi dua setiap kali lelaran, selang yang diberikan dibagi menjadi dua dan kemudian dicari selang baru yang mana hasil perkalian batas selang baru tersebut memberikan hasil yang negatif. Setelah didapat selang baru tersebut, iterasi dilanjutkan dengan mencari selang tersebut sampai selang yang didapat mendekati dengan nol atau galat yang ditentukan. Proses pemilihan selang baru ditunjukkan pada Gambar 2.

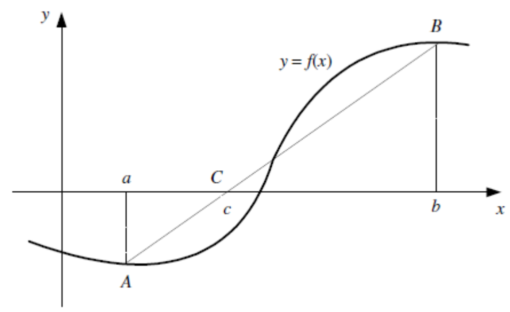


Gambar 2: Metode Bagi Dua [2]

Kondisi berhenti untuk metode ini bisa ditentukan sampai dengan ukuran selang baru sudah sangat kecil (|a-b| < ε) atau dapat juga berdasarkan galat relatif hampiran ($|(c_{baru}-c_{lama})/c_{baru}| < \delta$). Kelemahan dari metode ini adalah tidak dapat menangani jumlah akar yang lebih dari satu, akar ganda, atau tidak dapat berhenti ketika terdapat titik singular pada selang.

B. Metode Regula Falsi

Metode regula falsi digunakan untuk memperbaiki kecepatan konvergensi metode bagi dua dengan memperhitungkan nilai fungsi pada setiap batas selang. Metode ini berdasarkan logika bahwa jika nilai f(a) lebih dekat ke nol daripada nilai f(b) maka solusi akar lebih dekat ke x=a. Persamaan perhitungan metode regula falsi didapat dari Gambar 3.



Gambar 3: Metode Regula Falsi [2]

Pada Gambar 3, gradient garis AB sama dengan garis BC, dengan menyelesaikan persamaan dua garis gradient ini didapatkan persamaan (4) untuk menentukan selang baru.

$$c = b - \frac{f(b)(b-a)}{f(b) - f(a)} \qquad (4)$$

Metode regula falsi menggunakan dua kondisi untuk berhenti yaitu selang sudah sangat kecil (|a-b| < ε) dan nilai fungsi di c mendekati nol (|f(c)| < delta). Kelemahan pada metode regulasi falsi terdapat kemungkinan pada saat iterasi muncul titik ujung selang yang tidak pernah berubah yang dinamakan dengan titik *mandek*[2]. Kemudian, metode regula falsi diperbaiki dengan cara membuat nilai fungsi pada titik mandek tersebut menjadi setengahnya untuk iterasi selanjutnya.

C. Metode Lelaran Titik Tetap

Metode lelaran titik tetap dibuat dengan membuat persamaan f(x) = 0 menjadi bentuk x = g(x). Kemudian, iterasi dilakukan untuk menghitung nilai x selanjutnya dengan persamaan (5).

$$x_{r+1} = g(x_r) \qquad (5)$$

Kondisi berhenti untuk metode lelaran titik tetap adalah pada $|x_{r+1}-x_r| < \varepsilon$ atau dengan menggunakan galat relatif hampiran yaitu $\left|\frac{x_{r+1}-x_r}{x_{r+1}}\right| < \delta$. Metode ini dapat bersifat baik konvergen maupun divergen. Syarat untuk menentukan kekonvergenan metode ini adalah jika nilai $|g'(x)| < 1$, maka prosedur lelaran konvergen.

D. Metode Newton Raphson

Metode Newton Raphson dapat diturunkan dari dua macam cara, yaitu dengan menggunakan tafsiran geometri dan dengan dengan deret Taylor. Dalam penurunan menggunakan deret Taylor, digunakan uraian $f(x_{r+1})$ sampai suku orde-2 seperti yang ditunjukkan sebagai berikut.

$$f(x+h) \approx f(x) + hf'(x) + O(h^2)$$

Nilai f(x+h) ini sama dengan 0, karena yang akan dicari adalah akar solusi persamaan, sehingga,

$$0 \approx f(x) + hf'(x)$$
$$h = -\frac{f(x)}{f'(x)}$$
$$x + h = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

Atau dapat ditulis sebagai,

$$x_{r+1} = x_r - \frac{f(x_r)}{f'(x_r)} \qquad (6)$$

Persamaan (6) merupakan rumus yang digunakan pada metode Newton Raphson. Kondisi berhenti untuk metode ini adalah pada $|x_{r+1}-x_r| < \varepsilon$ atau dengan menggunakan galat relatif hampiran yaitu $\left|\frac{x_{r+1}-x_r}{x_{r+1}}\right| < \delta$.

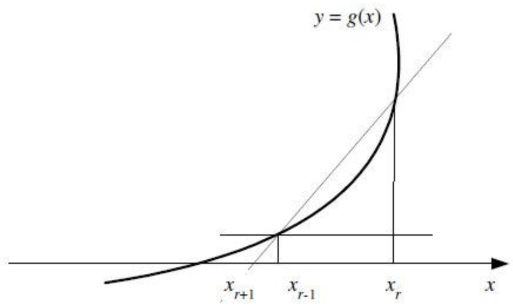
Metode Newton Raphson merupakan metode yang paling sering digunakan dalam menyelesaikan perhitungan dalam bidang rekayasa karena terkenal akan konvergensinya yang cepat. Kekonvergenan metode ini ditentukan apabila

$$\left|\frac{f(x)f''(x)}{[f'(x)]^2}\right| < 1$$

dengan syarat $f'(x) \neq 0$. Metode Newton Raphson memiliki orde konvergensi dua atau konvergensi kuadratik.

E. Metode Secant

Metode Secant digunakan untuk memperbaiki metode Newton Raphson yang memerlukan perhitungan turunan pertama fungsi. Hal ini dikarenakan tidak semua fungsi dapat dicari turunannya dengan mudah terutama fungsi yang sangat rumit. Penurunan rumus untuk metode Secant dimulai dengan grafik yang ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4: Metode Secant [2]

Berdasarkan Gambar 4, diperoleh

$$f'(x_r) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{AC}{BC} = \frac{f(x_r) - f(x_{r-1})}{x_r - x_{r-1}}$$

nilai turunan $f'(x_r)$ ini dapat disubtitusikan ke dalam persamaan Newton Raphson (6) sehingga menjadi,

$$x_{r+1} = x_r - \frac{f(x_r)(x_r - x_{r-1})}{f(x_r) - f(x_{r-1})} \qquad (7)$$

Persamaan (7) merupakan rumus lelaran untuk metode Secant. Pada persamaan tersebut, tidak diperlukan turunan pertama dari fungsi sehingga metode ini dapat digunakan walaupun untuk fungsi yang rumit sekalipun. Kondisi berhenti untuk metode ini adalah pada $|x_{r+1}-x_r| < \varepsilon$ atau dengan menggunakan galat relatif hampiran yaitu $\left|\frac{x_{r+1}-x_r}{x_{r+1}}\right| < \delta$.

F. Metode HouseHolds untuk Iterasi Orde Tinggi

Metode HouseHolds memiliki persamaan umum untuk semua orde seperti yang ditunjukkan pada persamaan (8) [1].

$$x_{n+1} = x_n + (p+1)\left(\frac{(1/f)^{(p)}}{(1/f)^{(p+1)}}\right)_{x_n} \qquad (8)$$

dimana p merupakan bilangan integer dan $(1/f)^{(p)}$ merupakan turunan ke p untuk fungsi 1/f atau invers dari fungsi f. Persamaan iterasi HouseHolds (8) memiliki orde konvergensi p+2. Metode Newton Raphson adalah metode HouseHolds orde p=0 dengan konvergensi kuadratik (orde 2). Penurunan metode Newton Raphson dari persamaan (8) ditunjukkan sebagai berikut,

$$x_{n+1} = x_n + (0+1)\left(\frac{(1/f)^{(0)}}{(1/f)^{(0+1)}}\right)_{x_n}$$
$$x_{n+1} = x_n + \left(\frac{(1/f)^{(0)}}{(1/f)^{(1)}}\right)_{x_n}$$
$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{f(x_n)} \cdot \left(\frac{-f'(x_n)}{(f(x_n))^2}\right)^{-1}$$
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

yang merupakan persamaan Newton Raphson seperti pada persamaan (6).

Sebelum penurunan metode HouseHolds untuk orde yang lebih tinggi, pelu diketahui terlebih dahulu untuk nilai turunan $(1/f)^p$ dengan p = 1,2,3 adalah sebagai berikut,

$$\left(\frac{1}{f}\right)'(x) = -\frac{f'(x)}{f(x)^2} \qquad (9)$$

$$\left(\frac{1}{f}\right)''(x) = -\frac{f''(x)}{f(x)^2} + 2\frac{f'(x)^2}{f(x)^3} \qquad (10)$$

$$\left(\frac{1}{f}\right)'''(x) = -\frac{f'''(x)}{f(x)^2} + 6\frac{f'(x)f''(x)}{f(x)^3} - 6\frac{f'(x)^3}{f(x)^4} \qquad (11)$$

Untuk p = 1, metode HouseHolds diturunkan menjadi metode yang dikenal dengan nama metode Halley. Metode Halley memiliki konvergensi kubik dengan orde 3. Dengan demikian, nilai turunan kedua untuk 1/f(x) pada persamaan (10) dapat dimasukkan unuk menurunkan metode HouseHolds untuk orde 1 (p=1) atau metode Halley, sebagai berikut ini,

$$x_{n+1} = x_n + 2\left(\frac{(1/f)'}{(1/f)''}\right)_{x_n}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)f'(x_n)}{2f'(x_n)^2 - f(x_n)f''(x_n)}$$

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n)\left(\frac{1}{f'(x_n) - f(x_n)f''(x_n)/(2f'(x_n))}\right)$$

menjadi,

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}\left(1 - \frac{f(x_n)f''(x_n)}{2f'(x_n)^2}\right)^{-1} \qquad (12)$$

Metode HouseHolds orde tiga (p=2) dengan orde konvergensi 4 atau konvergensi *quartic* diperoleh dengan memasukkan turunan ketiga dari 1/f(x) seperti berikut ini,

$$x_{n+1} = x_n + 3\left(\frac{(1/f)''}{(1/f)'''}\right)_{x_n}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{6f(x_n)f'(x_n)^2 - 3f(x_n)^2 f''(x_n)}{6f'(x_n)^3 - 6f(x_n)f'(x_n)f''(x_n) + f(x_n)^2 f'''(x_n)}$$

atau sama dengan,

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n)\left(\frac{f'(x_n)^2 - f(x_n)f''(x_n)/2}{f'(x_n)^3 - f(x_n)f'(x_n)f''(x_n) + f^{(3)}(x_n)f^{(2)}(x_n)/6}\right)$$

(13)

IV. Permasalahan

Untuk menghitung solusi dari *golden ratio* secara numerik, maka diperlukan fungsi yang pembuat bilangan tersebut. Fungsi ini dapat diturunkan dari persamaan (3), sebagai berikut,

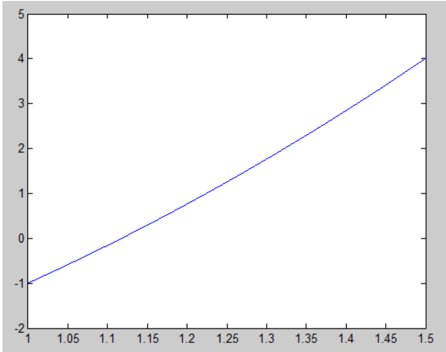
$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Persamaan tersebut dapat dipecah menjadi $\varphi = \frac{1}{2} + x$ dan $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Kemudian, nilai x didapat dari persamaan berikut ini,

$$x^2 = \frac{5}{4}$$

sehingga diperoleh fungsi persamaan,

$$f(x) = 4x^2 - 5 = 0 \qquad (14)$$



Gambar 5: Grafik Persamaan (14)

Persamaan (14) merupakan fungsi yang menjadi masukan dari algoritma solusi persamaan nirlanjar. Grafik untuk persamaan ini ditunjukkan pada Gambar 5 dengan rentang antara x=1 hingga x=1.5. Untuk iterasi orde tinggi, metode HouseHolds, diperlukan turunan fungsi sampai orde 3. Turunan dari fungsi persamaan (14) adalah sebagai berikut,

$$f'(x) = 8x \qquad (15)$$

$$f''(x) = 8 \qquad (16)$$

$$f'''(x) = 0 \qquad (17)$$

Untuk prosedur lelaran titik tetap, fungsi yang digunakan berbeda dari fungsi (14) karena fungsi perlu diubah menjadi bentuk x. Fungsi yang digunakan pada metode lelaran titik tetap seperti yang ditunjukkan pada persamaan (18).

$$4x^2 - 5 = 0$$

$$x * x = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{5}{4 * x} \qquad (18)$$

Setelah didapatkan nilai x dari iterasi menggunakan metode numerik, maka nilai φ dihitung dengan menambahkan 0.5 pada nilai hampiran x tersebut.

V. Hasil Percobaan

Keenam metode, yaitu bagi dua, Regula Falsi, lelaran titik tetap, Newton Rapshon, secant, dan metode HouseHolds dengan iterasi orde tinggi diimplementasikan dalam bahasa fortran 90. Pada metode HouseHolds diimplementasikan dua orde yaitu orde 1 (metode Halley) dan 2, sehingga semua metode yang digunakan berjumlah 7.

Titik awal diambil pada titik 1.118 sebagai masukan untuk metode lelaran titik tetap, Newton Raphson, Halley, serta HouseHolds orde 2. Sedangkan, untuk metode bagi dua, regula falsi, dan secant yang membutuhkan titik kedua, dipilih titik 1.9. Tipe data desimal disimpan dalam tipe *double precision* sehingga dapat menampung hingga 16 angka di belakang koma .

Untuk membatasi jumlah perbandingan, maka iterasi yang dilakukan hanya sampai dengan iterasi ke 5. Beberapa metode ada yang menyebabkan nilai naik turun pada kelima iterasi tersebut, namun beberapa metode seperti Newton Raphson dan HouseHolds orde tinggi mendapatkan solusi yang cukup bagus di iterasi tersebut. Hasil percobaan untuk metode bagi dua ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1: Hasil Iterasi Metode Bagi Dua

Iterasi Ke	Nilai φ
1	2.009000003337860
2	1.813500016927719
3	1.715750023722649
4	1.666875027120113
5	1.642437528818846

Dapat dilihat pada Tabel 1 hasil yang diperoleh masih sangat jauh perbedaan nilai antar iterasi. Untuk hasil metode regula falsi ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2: Hasil Iterasi Metode Regula Falsi

Iterasi Ke	Nilai φ
1	1.618025190147308
2	1.618038227833198
3	1.618033988733215
4	1.618033988749895
5	1.618033988749895

Pada Tabel 2, iterasi sudah tidak menimbulkan perubahan pada nilai φ setelah iterasi ke empat. Hasil untuk prosedur lelaran titik tetap ditunjukkan pada Tabel 3.

Tabel 3: Hasil Iterasi Metode Lelaran Titik Tetap

Iterasi Ke	Nilai φ
1	1.618067948013662
2	1.618000030517578
3	1.618067948013662
4	1.618000030517578
5	1.618067948013662

Hasil untuk metode Newton Raphson ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4: Hasil Iterasi Metode Newton Raphson

Iterasi Ke	Nilai φ
1	1.618033989265620
2	1.618033988749895
3	1.618033988749895
4	1.618033988749895
5	1.618033988749895

Pada Tabel 4, hasil iterasi sudah tidak berubah (konvergen) setelah iterasi kedua. Hasil iterasi metode Secant ditunjukkan pada Tabel 5.

Tabel 5: Hasil Iterasi Metode Secant

Iterasi Ke	Nilai φ
1	1.618025190147308
2	1.618031709044598
3	1.618033988758865
4	1.618033988749895
5	1.618033988749895

Baik hasil yang diperoleh dengan metode Newton Raphson pada Tabel 4 dan metode Secant pada Tabel 5 terlihat berbeda dan menunjukkan bahwa metode Secant tidak selamanya memperbaiki metode Newton Raphson. Ada beberapa kasus tertentu dimana metode Newton Raphson lebih cepat konvergen daripada metode Secant. Hasil iterasi metode HouseHolds dengan orde 1 atau metode Halley ditunjukkan pada Tabel 6.

Tabel 6: Hasil Iterasi Metode Halley

Iterasi Ke	Nilai φ
1	1.618033988749887
2	1.618033988749895
3	1.618033988749895
4	1.618033988749895
5	1.618033988749895

Untuk hasil yang diperoleh dengan metode HouseHolds orde 2 ditunjukkan pada Tabel 7.

Tabel 7: Hasil Iterasi Metode HouseHolds orde 2

Iterasi Ke	Nilai φ
1	1.618033988749895
2	1.618033988749895
3	1.618033988749895
4	1.618033988749895
5	1.618033988749895

VI. Analisis Hasil Dan Metode

Untuk membandingkan ketujuh metode, didasarkan dua kategori yaitu banyak iterasi hingga metode tersebut konvergen dan kemudian galat yang dicapainya dengan solusi sejadi ketika nilainya konvergen. Dengan membandingkan banyak iterasi yang dilakukan, akan dapat diketahui metode mana yang lebih cepat konvergen dalam permasalahan ini. Galat yang dibuat perlu diperhatikan juga terutama sampai ke berapa digit nilai hampiran φ sama dengan solusi sejati.

Percobaan memang sengaja dilakukan dengan sebanyak lima iterasi sehingga jika suatu metode tidak mendapatkan nilai konvergen dalam kelima iterasi tersebut dianggap jumlah iterasi lebih dari lima. Hasil perbandingan iterasi ini dapat dilihat pada Tabel 8.

Tabel 8: Perbandingan Jumlah Iterasi Untuk Mencapai Konvergen

Metode	Iterasi
Bagi Dua	>5
Regula Falsi	4
Lelaran Titik Tetap	>5
Newton Raphson	2
Secant	3
Halley	2
HouseHolds orde 2	1

Pada Tabel 8 dari jumlah iterasi yang lebih dari 5 maka dapat diketahui dua metode yang kurang cocok dalam menghitung solusi permasalahan ini yaitu Metode Bagi

Dua dan Lelaran Titik Tetap. Namun, metode turunan dari HouseHolds, yaitu Newton Raphson, Halley, serta orde 2, membutuhkan sangat sedikit iterasi. Baik ketiga metode tersebut, nilai konvergensinya memang jauh lebih baik yaitu orde (p+2) dimana untuk Newton Raphson berorde 2, Halley beroder 3, dan orde 2 berorde konvergensi 4. Permasalahan ini tidak berkondisi buruk bagi ketiga metode tersebut dikarenakan nilai turunan pertama dari fungsi persamaan (14) tidak mendekati nol.

Tabel 9: Perbandingan Galat dari 7 Metode

Metode	Galat
Bagi Dua	0.024403540068951158
Regula Falsi	0.000000000000000158
Lelaran Titik Tetap	0.000033959263767158
Newton Raphson	0.000000000000000158
Secant	0.000000000008970158
Halley	0.000000000000000158
HouseHolds orde 2	0.000000000000000158

Perbandingan galat yang diperoleh ditunjukkan pada Tabel 9. Galat terbesar dihasilkan oleh metode bagi dua disusul dengan metode Lelaran Titik Tetap. Sedangkan empat metode, Regula Falsi, Newton Raphson, Halley, HouseHolds orde 2, menghasilkan galat terkecil. Keempat metode ini mampu menghasilkan 14 angka desimal di belakang koma yang sama dengan solusi sejati.

Metode Newton Raphson berorde kuadratik dan setiap iterasi/lelaran jumlah angka bena akan berlipat dua[2]. Hal ini berlaku juga untuk metode HouseHolds dengan orde p yaitu jumlah angka bena akan berlipat menjadi p+2 atau sesuai dengan orde konvergensi metode tersebut (p+2). Jadi, untuk metode Halley, jumlah angka bena berlipat menjadi 3 kali setiap iterasi, dan untuk metode HouseHolds orde 2, maka jumlah angka bena berlipat menjadi 5 kali setiap iterasi. Oleh karena itu, metode HouseHolds ini sangat cepat konvergensinya dan galat semakin kecil setiap iterasinya.

VII. KESIMPULAN

Dalam makalah ini, telah diusulkan perbandingan beberapa algoritma solusi persamaan nirlanjar untuk menyelesaikan masalah pencarian bilangan *golden ratio*. Permasalah pada *golden ratio* ini tidak menimbulkan turunan pertama maupun kedua yang mendekati nilai nol sehingga metode HouseHolds dengan orde 0, 1, ataupun 2 memang cocok digunakan.

Metode HouseHolds dengan semakin tinggi ordenya maka semakin cepat mendekati konvergen. Namun, hal ini harus dibayar dengan komputasi yang berat, karena dengan tingginya orde, maka persamaan menjadi semakin kompleks dan melibatkan turunan hingga ke orde p+1, dimana p merupakan orde metode HouseHolds tersebut.

Percobaan penyelesaian masalah pada makalah ini dapat dilanjutkan lagi dengan menambahkan penggunaan metode HouseHolds dengan orde lebih dari 2. Tetapi, selain proses perumusan fungsi persamaan yang kompleks, terdapat kendala pada tipe data *double precision* di fortran. Pada percobaan yang telah dilakukan, jumlah angka desimal yang didapat berhenti pada indeks ke 15 di belakang koma. Oleh karena itu, untuk ujicoba lebih lanjut dengan menggunakan orde metode HouseHolds yang lebih tinggi perlu diperhatikan tipe data yang dapat menampung angka lebih banyak.

REFERENCES

[1] A. S. Householder, The Numerical Treatment of a Single Nonlinear Equation, McGraw-Hill, New York, (1970).

[2] Munir, Rinaldi, “Metode Numerik Untuk Teknik Informatika Edisi Kedua”, Bandung, 2000.

[3] “Golden Ratio”, http://www.mathsisfun.com/numbers/golden-ratio.html. Waktu akses : 14 Mei 2012 pukul 23.00

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 15 Mei 2012

Danang Tri Massandy
13508051