

Penggunaan Metode Newton dan Lagrange pada Interpolasi Polinom Pergerakan Harga Saham: Studi Kasus Saham PT Adaro Energi Tbk.

Dannis Muhammad 13507112
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
¹if17112@students.if.itb.ac.id

Abstrak— Salah satu jenis investasi yang sedang berkembang di Indonesia adalah investasi saham. Nilai transaksi di IHSG (Indeks Harga Saham Gabungan) Indonesia bisa mencapai 4-5 triliun perharinya. Harga saham bersifat fluktuatif dan oleh karena itu, kemampuan memprediksi atau mengestimasi nilai saham menjadi sesuatu yang dicari oleh para investor dan pelaku bisnis saham. Interpolasi polinom merupakan salah satu implementasi metode numerik yang digunakan untuk membuat polinom dari titik-titik pada suatu grafik. Penelitian ini menggunakan interpolasi polinom untuk mengestimasi harga saham dan kemudian dibandingkan dengan harga saham sebenarnya. Interpolasi polinom yang digunakan pada penelitian ini adalah metode Newton dan Lagrange. Dari data masukan titik input berupa harga saham ADRO (PT Adaro Energy Tbk) pada IHSG dengan data per-bulan selama satu tahun, dirangkai suatu polinom menggunakan metode-metode tersebut dan diestimasi nilai masukan saham pada hari tertentu. Hasil dari penelitian ini adalah untuk kasus polinom derajat 12, tidak disarankan menggunakan metode interpolasi polinom untuk mengestimasi harga saham, kemudian interpolasi Lagrange mempunyai akurasi yang lebih tinggi daripada interpolasi Newton.

Kata kunci— Harga, Lagrange, Newton, Saham

I. PENDAHULUAN

Saham adalah satuan nilai atau pembukuan dalam berbagai instrumen finansial yang mengacu pada bagian kepemilikan sebuah perusahaan. Pemegang saham (*shareholder* atau *stockholder*) adalah seseorang atau badan hukum yang secara sah memiliki satu atau lebih saham pada perusahaan. Dalam kepemilikan saham, pemegang saham perlu mengetahui perkembangan nilai saham untuk menentukan prediksi nilai saham pada waktu yang akan datang. Hal ini memungkinkan untuk mengurangi risiko kerugian dalam menanam saham. Beberapa tahun belakangan, jumlah dari investor/pemain saham di Indonesia menunjukkan pertumbuhan yang cukup drastis. Hal ini menunjukkan bahwa animo masyarakat terhadap saham cukup baik.

Harga saham bersifat sangat fluktuatif awalnya dipercaya tidak dapat ditebak. Namun ternyata hasil studi menunjukkan harga saham dapat diestimasi dengan

pendekatan-pendekatan dengan ilmu pengetahuan. Pendekatan yang paling banyak dipakai adalah pendekatan berbasis Matematika. Walaupun kadang hasil pengamatan matematis pun tidak cukup akurat namun setidaknya dapat digunakan oleh hal lain, seperti oleh *broker* dapat digunakan untuk memberi *report* teknikal sebagai alasan *recommend trade*.

Di negara maju yang sains dasar dan ilmu komputernya termasuk *advanced*, ilmu pengetahuan mengenai saham sudah diaplikasikan untuk transaksi saham terutama ilmu Matematika dan Sains Komputer. Contohnya saja, di Wall Street indeks saham Amerika Serikat, sekitar 60% dari transaksi yang terjadi adalah transaksi yang dieksekusi oleh algoritma/ robot.

Salah satu implementasi dari ilmu Matematika dasar dan Sains Komputer adalah interpolasi polinom. Interpolasi polinom pada dasarnya adalah membuat persamaan polinom yang melewati setiap titik yang menjadi persoalan. Setelah polinom dibentuk, dapat diestimasi titik-titik yang berkorespondensi dengan polinom tersebut. Contoh metode interpolasi polinom adalah metode Newton, Newton Gregory Maju, Newton Gregory Mundur, dan juga metode Lagrange.

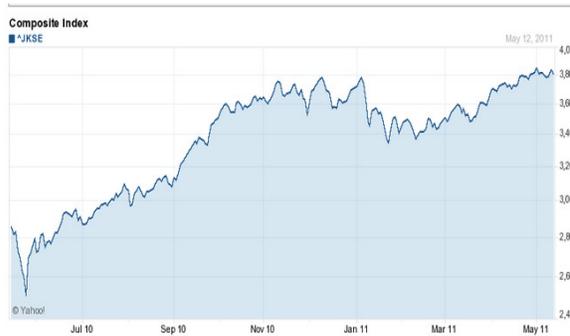
Dengan menggunakan data harga saham yang terbuka untuk publik, dapat dicari tren dari harga saham yang fluktuatif tersebut dan direpresentasikan ke dalam suatu model matematika yang lebih sederhana. Pada penelitian ini, metode interpolasi polinom yang dipakai adalah metode Newton dan metode Lagrange. Dari kedua metode tersebut harga saham yang terletak di antara titik-titik masukan dapat dicari lalu dibandingkan dengan data real saham pada titik tersebut. Hasilnya dapat digunakan untuk mengestimasi apakah interpolasi polinom memang cocok digunakan untuk estimasi saham dan juga melihat metode mana yang lebih tepat untuk persoalan ini.

II. HARGA SAHAM

Suatu perusahaan yang telah melakukan IPO (*Initial Public Offering*) dapat mempunyai status sebagai perusahaan terbuka dan dapat *listing*/ mencatatkan sahamnya di Bursa Efek Indonesia. Dampak

langsungnya adalah perusahaan mendapat dana segar dari masyarakat dan melepas sebagian kepemilikannya ke publik. Setelah perusahaan menjadi perusahaan terbuka, cashflow finansial dari perusahaan menjadi transparan. Laporan finansial tersebut akan menjadi salah satu kanvas bagi publik untuk menentukan harga wajar saham perusahaan tersebut.

Harga saham dari suatu perusahaan mencerminkan valuasi dari pasar terhadap nilai perusahaan tersebut. Selain itu harga saham dapat digunakan sebagai indikator performa dan prestise dari perusahaan-perusahaan. Harga saham biasanya cenderung naik dan turun (fluktuatif). Harga saham yang dipakai pada penelitian ini adalah data per bulan yang diambil dari harga *closing*-nya.



Gambar 1 Grafik Indeks Harga Saham Gabungan

A. Saham PT. Adaro Energy Tbk

PT Adaro Energy Tbk merupakan salah satu perusahaan yang tercatat di Bursa Efek Indonesia dan mempunyai kode ADRO di IHSG. PT Adaro Energy didirikan dengan nama PT Padang Karunia di Indonesia pada tahun 2004. PT Padang Karunia mengubah namanya menjadi PT Adaro Energy Tbk dan di-list di Bursa Efek Indonesia pada 16 Juli 2008 dan memperoleh 12,2 triliun rupiah. Visi dari perusahaannya adalah untuk menjadi tambang batubara terintegrasi terbesar dan paling efisien di Asia Tenggara.

Adaro Energy saat ini adalah produsen batubara terbesar kedua di Indonesia. Karena karakteristik lingkungannya, batubara Adaro dikenal sebagai “Envirocoal” dan telah teruji di antara blue-chip power utilities. Selain fokus pada pertambangan bisnis utama yaitu batubara, Adaro juga telah mengakuisisi bisnis rantai suplai batubara dan lain-lain. Hal ini membuat Adaro terintegrasi secara vertikal pada dukungan operasi batubaranya.[2]

Selama setahun terakhir harga saham Adaro Energy per lembarnya berkisar antara 1700 sampai dengan 2900 rupiah. Saat ini Adaro tercatat sebagai saham LQ-45 yaitu salah satu indeks *stock market* pada Bursa Efek Indonesia yang mempunyai kriteria:

1. Termasuk ke dalam 60 perusahaan teratas yang mempunyai market capitalization dalam 12 bulan terakhir.

2. Termasuk ke dalam 60 perusahaan teratas yang mempunyai transaction value terbesar di regular market dalam 12 bulan terakhir.
3. Sudah masuk daftar Bursa Efek Indonesia setidaknya 3 bulan terakhir.
4. Mempunyai kondisi finansial yang bagus, prospek untuk berkembang dan frekuensi pembelian saham yang tinggi dengan nilai yang tinggi pula.

Dengan salah satu indikator yaitu termasuk saham LQ-45, saham Adaro dapat dikatakan layak untuk diteliti karena jumlah transaksi harian cukup tinggi sehingga dapat mengurangi *error margin*. Harga saham pada penelitian diambil dari data Yahoo! Finance, dengan menggunakan data bulanan sebagai data input dan data harian sebagai data uji.

Prices					
Date	Open	High	Low	Close	Avg Vol
May 2, 2011	2,225.00	2,375.00	2,200.00	2,300.00	76,386,000
Apr 1, 2011	2,200.00	2,350.00	2,200.00	2,200.00	51,965,800
Mar 1, 2011	2,475.00	2,475.00	2,175.00	2,200.00	60,098,200
Feb 1, 2011	2,300.00	2,500.00	2,250.00	2,450.00	53,471,600
Jan 3, 2011	2,550.00	2,900.00	2,225.00	2,250.00	75,598,000
Dec 1, 2010	2,325.00	2,650.00	2,250.00	2,550.00	45,974,900
Nov 29, 2010	9.85 Dividend				
Nov 1, 2010	2,150.00	2,500.00	2,100.00	2,325.00	70,574,600
Oct 1, 2010	2,050.00	2,300.00	2,000.00	2,100.00	63,251,900
Sep 1, 2010	1,890.00	2,150.00	1,760.00	2,025.00	119,488,700
Aug 2, 2010	2,025.00	2,150.00	1,880.00	1,900.00	61,193,700
Jul 1, 2010	1,970.00	2,100.00	1,940.00	2,000.00	54,380,400
Jun 3, 2010	17.00 Dividend				
Jun 1, 2010	1,980.00	2,100.00	1,820.00	1,990.00	74,550,200
May 3, 2010	2,175.00	2,175.00	1,700.00	2,000.00	120,657,900
Apr 30, 2010	2,175.00	2,225.00	2,150.00	2,200.00	157,801,000

Gambar 2 Screenshot harga saham yang dipakai dari Yahoo! Finance[3]

Pada penelitian direalisasikan dengan kode (bahasa pemrograman Java):

```
static double[] ADRO
={0,2000,1990,2000,1900,2025,2100,2325,2550,2250,2
450,2200,2200,2300};
```

III. INTERPOLASI POLINOM

A. Interpolasi

Interpolasi adalah salah satu metode pencocokan titik data dengan sebuah kurva dengan cara membuat kurva cocok ke setiap titik pada titik-titik data di dalam tabel [1]. Interpolasi bertujuan membangun kurva yang melalui semua titik-titik data yang dipergunakan. Interpolasi digunakan bila kurva yang dibentuk tersebut dipakai untuk menskir nilai $f(x)$ dengan x berada antara titik-titik data yang diberikan. Sebaliknya, bila x berada diluar titik-titik data yang diberikan maka prosesnya dinamakan ekstrapolasi. Secara umum hampiran interpolasi mempunyai ketelitian lebih tinggi dibandingkan dengan ekstrapolasi[4].

Dari kurva hasil cocok tersebut dapat dicari nilai di dalam rentang titik data (x_0, x_n) sedemikian sehingga $(x_0 < x_k < x_n)$ dan disebut nilai interpolasi.

Salah satu bentuk interpolasi adalah interpolasi polinom, dan tekniknya diantaranya:

1. Polinom Lagrange
2. Polinom Newton + derajat n
3. Polinom Newton Gregory Maju + derajat n
4. Polinom Newton Gregory Mundur + derajat n
5. Spline Kubik

B. Interpolasi Polinom

Interpolasi polinom adalah pekerjaan menginterpolasi titik-titik menggunakan kurva yang representasinya adalah polinom

Fungsi interpolasi polinom diantaranya ada 2 yaitu:

1. Menghampiri fungsi rumit jadi lebih sederhana
2. Menggambar kurva

Polinom interpolasi sangat bermanfaat dalam menghitung nilai fungsi untuk semua x, atau nilai fungsi pada x yang tidak terdapat pada hasil percobaan/pengamatan misalnya dari hasil pengamatan di lapangan atau laboratorium.

Dalam proses kerjanya, menentukan koefisien-koefisien polinom interpolasi merupakan pekerjaan yang rumit. Untuk itu, peneliti mengembangkan metode-metode baru agar perhitungannya menjadi lebih sederhana dan teratur.

Salah satu metode pengkonstruksian polinom interpolasi, yaitu polinom interpolasi Lagrange dan polinom interpolasi bagi beda Newton. Secara analitik, kedua polinom ini akan menghasilkan polinom yang sama karena dijamin oleh sifat ketunggalan yang telah dikemukakan. Perbedaannya hanya terletak pada cara penulisan polinom tersebut.

C. Polinom Lagrange

Diberikan dua buah titik $(x_0, f(x_0))$ dan $(x_1, f(x_1))$. Polinom interpolasi yang melalui kedua titik tersebut dapat diformulasikan dengan mudah yaitu

$$p_1(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Joseph Louis Lagrange, seorang matematikawan Perancis, menuliskan polinom interpolasi tersebut dengan cara lain. Dia menyusunnya sebagai berikut.

$$p_1(x) = y_0 \frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)} + y_1 \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)}$$

Dapat dinyatakan dalam bentuk

$$p_1(x) = a_0 L_0(x) + a_1 L_1(x)$$

Yang dapat membuat nilai

$$P_n(x_0) = 1, y_0 + 0.y_1 + 0.y_2 + \dots + 0.y_n$$

$$P_n(x_1) = y_1$$

:

$$P_n(x_n) = y_n$$

Dengan kata lain, polinom interpolasi $p_n(x)$ dipastikan melalui setiap titik data

Secara analitik, makin besar derajat polinom yang digunakan, hasil yang diperoleh semakin teliti, tetapi harus dibayar dengan komputasi yang makin panjang. Perlu diperhatikan, dalam realisasi komputer,

penggunaan polinom dengan derajat yang sangat tinggi tidak selalu memberikan hasil aproksimasi yang lebih teliti. Hal ini disebabkan oleh makin tinggi derajat polinom yang digunakan akan mengakibatkan perhitungan yang makin banyak sehingga galat pembulatan akan secara signifikan memengaruhi hasilnya. Jadi, perlu pengalaman dalam memilih derajat polinom yang sesuai agar diperoleh hasil yang optimal.

Pada penelitian ini Polinom Lagrange direalisasikan dengan kode:

```
public static double Lagrange(double masukan){
    double result;
    double hasilkali;
    int i,j;
    //mulai dari 1
    result =(double)0;
    for (i=1;i<=13;i++){
        hasilkali = (double)1;
        for (j=1;j<=13;j++){
            if (i!=j){
                hasilkali = hasilkali*(masukan-j)/(i-j);
            }
        }
    }
    result += ADRO[i]*hasilkali;
}
return result;
}
```

D. Polinom Newton

Pada praktiknya, Polinom Newton lebih disukai karena memiliki keunggulan dibandingkan polinom Lagrange, diantaranya:

1. Jumlah komputasi yang dibutuhkan untuk satu kali interpolasi adalah besar
2. Interpolasi untuk nilai x yang lain memerlukan jumlah komputasi yang besar karena tidak ada bagian komputasi sebelumnya yang dapat digunakan.

Bila jumlah titik data meningkat atau menurun, hasil komputasi sebelumnya tidak dapat digunakan. Hal ini disebabkan oleh tidak adanya hubungan antara $p_{(n-1)}(x)$ dan $p_n(x)$ pada polinom Lagrange.

Pada polinom Newton, polinom yang dibentuk sebelumnya dapat dipakai untuk membuat polinom derajat yang lebih tinggi.

Karena polinom Newton dibentuk dengan menambahkan satu suku tunggal dengan polinom derajat yang lebih rendah, maka ini memudahkan perhitungan polinom derajat yang lebih tinggi dalam program yang sama.

Karena alasan itu, polinom Newton sering digunakan khususnya pada kasus yang derajat polinomnya tidak diketahui terlebih dahulu. Selain itu dapat digunakan untuk menentukan apakah jika derajatnya ditambahkan

akan menambah atau justru mengurangi ketepatan nilai interpolasi.

Tabel ST(selisih terbagi) pada polinom Newton dapat dipakai berulang-ulang dengan nilai titik awal yang berlainan untuk memperkirakan nilai fungsi pada nilai

i	x_i	y_i	ST-1	ST-2	ST-3
0	8.0	2.079442	0.117783	-0.006433	0.000411
1	9.0	2.197225	0.108134	-0.005200	
2	9.5	2.251292	0.097735		
3	11.0	2.397895			

Gambar 3 Contoh Tabel Selisih Terbagi[1]

Secara analitik, hasil hampiran akan paling teliti bila polinom yang dibangun derajatnya setinggi mungkin, namun demikian, dalam realisasinya di komputer hal ini tidak selalu benar karena proses hitungan dipengaruhi oleh galat pembulatan sehingga hasilnya tidak selalu baik, bahkan dapat merusak hasil hampiran.

Untuk mendapatkan hasil yang optimal, polinom interpolasi Newton mengkonstruksikan hampiran secara bertahap yaitu $p_0(x) = f(x_0), p_1(x), p_2(x), \dots$. bila pada tahap ke $(k+1)$ selisih antara $p_{k+1}(x)$ dengan $p_k(x)$ sudah memenuhi kriteria galat yang ditetapkan, maka perhitungan dihentikan dan polinom hampirannya adalah $p_{k+1}(x)$.

Kriteria untuk menghentikan iterasi pada hampiran polinom interpolasi Newton adalah:

Pada penelitian ini Polinom Newton direalisasikan dengan kode

```
public static double Newton(double masukan){
    double[][] ST= new double [12+1+1][12+1+1];

    int m;
    double hasil,suku;
    for (int k=1;k<=12+1;k++){
        for(int l=1;l<=12+1;l++){
            ST[k][l]= (double)0;
        }
    }
    //ST = zeros(n + 1,n + 1);
    int i,j;
    for (i=1;i<=12+1;i++){
        ST[i][1]=ADRO[i];
    }

    for (i=2;i<=12+1;i++){
        for (j=1;j<=(12+1)-(i-1);j++){
            ST[j][i] = (ST[j+1][i-1]-ST[j][i-1])/(i-1);
        }
    }
    hasil = ST[1][1];
    for (i=2;i<=12+1;i++){
        suku = ST[1][i];
        for(j=1;j<=i-1;j++){
            suku = suku*(masukan-j);
        }
    }
}
```

```
}
hasil += suku;
}
return hasil;
}
```

IV. HASIL EKSPERIMEN

Eksperimen dilakukan dengan menggunakan algoritma interpolasi polinom Newton dan Lagrange pada bahasa pemrograman Java yang dijalankan di atas IDE Netbeans 6.9 dengan *source code* seperti yang ditulis di atas.

Untuk titik-titik masukan pada eksperimen, menggunakan data dibawah ini:

Tanggal	Harga Closing
5 Mei 2010	1980
4 Juni 2010	1940
8 Juli 2010	2025
27 Agustus 2010	1990
24 September 2010	2025
19 Oktober 2010	2175
19 November 2010	2450
16 Desember 2010	2525
27 Januari 2011	2425
21 Februari 2011	2475
9 Maret 2011	2450
6 April 2011	2350

Dari data tersebut didapat hasil estimasi harga dari kedua metode:

Tanggal	$ x_i - x_j $	Galat (%)
5 Mei 2010	398,6107243	32,96856
4 Juni 2010	311,022888	0,86886
8 Juli 2010	242,289936	1,635701
27 Agustus 2010	232,845764	0,568906
24 September 2010	146,376766	3,100752
19 Oktober 2010	41,441485	0,814966
19 November 2010	283,604382	2,766179
16 Desember 2010	198,123111	3,671679
27 Januari 2011	138,100641	2,17453
21 Februari 2011	317,167758	3,084233
9 Maret 2011	537,145278	13,11479
6 April 2011	33,109928	6,337997

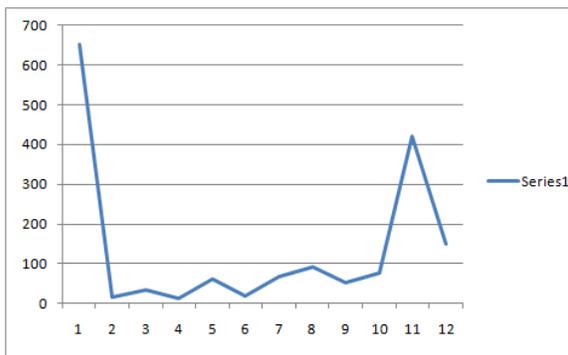
Kolom “Hasil Interpolasi” sudah mencakup kedua algoritma, karena dari seluruh hasil yang kedua algoritma dihasilkan, angkanya sama hingga 9 angka dibelakang koma.

Kita lihat rasio estimasi nilai saham dengan interpolasi dibanding nilai closing saham sebenarnya dengan formula kesalahan (galat) adalah

$$E = \frac{|\text{nilai interpolasi} - \text{nilai sebenarnya}|}{\text{nilai sebenarnya}} \times 100\%$$

$$E = \frac{|x_i - x_j|}{x_j} \times 100\%$$

Grafik nilai absolut dari selisih hasil interpolasi dengan harga sebenarnya disajikan dalam gambar berikut:



Kemudian ke akuratan dari estimasi tersebut dikur dengan memakai metrik standar yaitu standar deviasi. Dari standar deviasi tersebut dilihat yang paling kecil (paling akurat). Rumus untuk mencari standar deviasi dari sampel percobaan tersebut:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

Ket:

N = banyaknya data

x_i = nilai saham pada urutan ke-i

\bar{x} = mean atau rata-rata sampel percobaan

Berdasarkan hasil perhitungan interpolasi dan data sebenarnya, maka kita dapat nilai standar deviasi dari sampel tersebut adalah 9,148606451 dengan variansi sebesar 83.697.

Secara statistik, standar deviasi yang ideal ada standar deviasi yang mendekati satu. Dengan standar deviasi yang bernilai satu artinya variansi dari datapun bernilai satu. Dengan itu, kebaikan model uji dapat dipertanggungjawabkan.

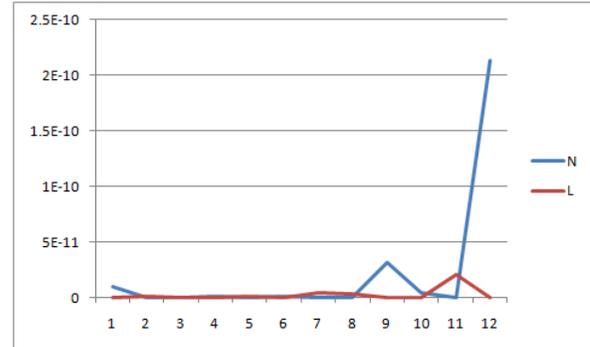
Kemudian untuk membandingkan akurasi antara kedua algoritma, digunakan perhitungan dari standar deviasi relatif terhadap algoritma yang lain. Dari perhitungan tersebut didapat hasil:

Newton	Lagrange
1.00044E-11	0
0	1.02318E-12
0	0
1.13687E-12	0
0	1.13687E-12
1.13687E-12	0
0	4.09273E-12
0	3.18323E-12
3.18323E-11	0
5.00222E-12	0
0	2.09184E-11
2.13731E-10	0

Dari perbandingan diatas, dibuat grafik untuk membandingkan akurasi relatif antar kedua metode, dimana:

N = Newton

L = Lagrange



Standar deviasi relatif dari Newton adalah 6.10996×10^{-11} sedangkan standar deviasi relatif dari Lagrange adalah 0.59545×10^{-12} .

V. KESIMPULAN

Pada prinsipnya, penggunaan metode interpolasi untuk mengestimasi nilai saham untuk kasus polinom derajat 12 tidak disarankan karena standar deviasinya masih tinggi yaitu 9,148606451 dengan variansi sebesar 83,697.

Dari data statistik yang telah diperoleh menunjukkan bahwa ketepatan perhitungan dengan interpolasi masih kecil. Hal tersebut diindikasikan dengan besarnya nilai standar deviasi sehingga penyimpangan yang ditimbulkan dari perhitungan dibanding nilai sebenarnya cukup besar.

Berdasarkan perolehan data statistik tersebut, dapat ditarik kesimpulan pula bahwa penggunaan interpolasi polinom pada perhitungan nilai saham memiliki ketepatan yang relatif kecil. Hal tersebut dapat disebabkan faktor pengambilan sampel yang berpengaruh kepada evaluasi ketepatan perhitungan, dalam eksperimen ini penulis hanya mengambil 12

sampel.

Penggunaan interpolasi pada harga saham bulanan tertentu masih dalam kesalahan yang dapat ditolerir.

Jika dibandingkan secara akurat, Lagrange lebih akurat relatif terhadap Newton

Saran untuk penelitian sejenis selanjutnya, yaitu agar menggunakan polinom dengan derajat lebih besar. Penelitian ini sendiri awalnya dirancang untuk polinom derajat 52 namun dengan struktur data primitif, program saat ini belum dapat mengelolanya secara benar.

VI. PENGAKUAN

Penulis secara pribadi ingin berterima kasih kepada Ani yang telah membantu pada penelitian ini khususnya dalam analisis dari segi matematika. Penulis juga berterima kasih secara khusus kepada Bapak Rinaldi Munir selaku dosen mata kuliah Metode Numerik dan referensi dari beliau. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Rianto Fendy dan Rachmansyah B. Setiawan selaku rekan pembuatan program yang kodenya penulis adopsi.

REFERENSI

- [1] Rinaldi Munir, "Metode Numerik".1997
- [2] http://www.adaro.com/annual_report/content/11 waktu akses: 11 Mei 2011
- [3] <http://finance.yahoo.com> waktu akses: 10 Mei 2011
- [4] Djohan, Warsoma, "Matematika Numerik," 2009

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 13 Mei 2011



Dannis Muhammad Mangan
13507112