

# Algoritma *Divide and Conquer* dalam Permainan *Tower of Hanoi*

Wico Chandra - 13509094  
Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia  
13509094@std.stei.itb.ac.id

**Abstract**—Permainan *tower of hanoi* merupakan permainan yang mengasah daya ingat seseorang. *Tower of hanoi* memiliki tingkat kesulitan yang berbanding lurus dengan jumlah piring yang ada, semakin banyak piring maka semakin susah untuk diselesaikan. Oleh karena itu, untuk menyelesaikan permasalahan *tower of hanoi* dengan jumlah piring yang banyak dapat menggunakan algoritma *divide and conquer*. Algoritma *divide and conquer* merupakan algoritma dengan memilah permasalahan menjadi permasalahan yang lebih kecil sehingga dapat diselesaikan dengan mudah. Sedangkan untuk jumlah piring yang banyak dibutuhkan waktu dan langkah yang banyak yang tidak bisa diselesaikan oleh manusia. Dengan menggunakan algoritma *divide and conquer*, permainan *tower of hanoi* dapat diselesaikan dengan cepat dan mudah. Jadi, Algoritma *divide and conquer* dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan untuk jumlah piring yang banyak pada permainan *tower of hanoi*.

**Index Terms**—*divide and conquer*, *tower of hanoi*

## I. PENDAHULUAN.

*Tower of Hanoi*, yang diciptakan oleh Édouard Lucas pada tahun 1883, adalah salah satu permainan puzzle yang menggunakan tumpukan keping. Terdiri dari tiga batang (kolom) dan sejumlah piring dengan ukuran berbeda yang dapat masuk/keluar kolom. Tujuan permainan ini adalah memindahkan semua tumpukan keping dari satu kolom ke kolom lain. [D]

Permainan *Tower of Hanoi* merupakan permainan teka-teki yang terdiri dari tiga tiang dan memiliki tumpukan piring yang tersusun dari besar ke kecil. Tujuan permainan ini adalah untuk memindahkan seluruh tumpukan ke tiang lain.

Peraturan dalam permainan ini adalah

1. Hanya satu piring yang dapat dipindahkan ke tiang lain
2. Piring yang lebih besar tidak boleh berada di atas piring yang lebih kecil
3. Hanya piring yang berada di paling atas tiang yang dapat dipindahkan
4. Permainan berakhir apabila, semua piring sudah berpindah ke tiang yang lain..

Pada permainan ini, pemain ditantang untuk menyelesaikan dalam waktu yang sesingkat-singkatnya dengan jumlah

piring tertentu. Manfaat permainan ini adalah dapat melatih cara pikir dengan pola yang tertentu sehingga meningkatkan daya ingat manusia.

Masalah dalam permainan ini adalah apabila jumlah piring yang digunakan sangat banyak, maka pemain membutuhkan waktu yang sangat lama untuk menyelesaikan permainan ini. Semakin banyak piring yang ada maka semakin dibutuhkan daya ingat yang cukup untuk mengingat pola yang sudah digunakan. Inilah yang membuat permainan *tower of hanoi* menyenangkan.

Permainan teka-teki *Tower of hanoi* dapat diselesaikan dengan menggunakan algoritma *divide and conquer*. Dengan menggunakan algoritma ini maka permainan teka-teki dapat diselesaikan dengan cepat dengan langkah yang optimal. Langkah yang dibuat dengan algoritma ini dapat digunakan untuk membandingkan dengan langkah yang digunakan oleh pemain dalam menyelesaikan permainan.

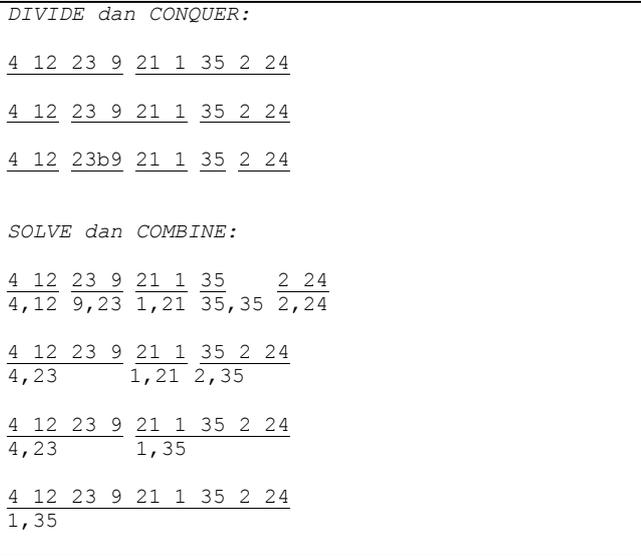
## II. TEORI DASAR.

Algoritma *Divide and conquer* merupakan algoritma yang sering digunakan untuk menyelesaikan masalah yang rumit dan permasalahan yang dapat dibagi menjadi bagian-bagian yang lebih kecil sehingga dapat diselesaikan dengan mudah kemudian digabung untuk mendapatkan jawaban yang benar. Yang dibutuhkan oleh algoritma ini adalah sebuah nilai dengan ukuran tertentu untuk dapat dibagi.

Algoritma *Divide and conquer* menggunakan metoda rekursif dengan basisnya adalah akhir dari pembagian yang dapat diselesaikan dengan mudah. Pembagian yang dilakukan dapat menjadi dua atau lebih. Secara umum algoritma *Divide and conquer* dapat digambarkan dengan skema di bawah

```
Procedure DIVIDE_and_CONQUER(input n : integer)
Deklarasi
  r, k : integer
Algoritma
  if n ≤ n0 then
    Selesaikan masalah
  else
    pilah-pilah permasalahan
    for masing-masing permasalahan do
      DIVIDE_and_CONQUERE(n/k)
```

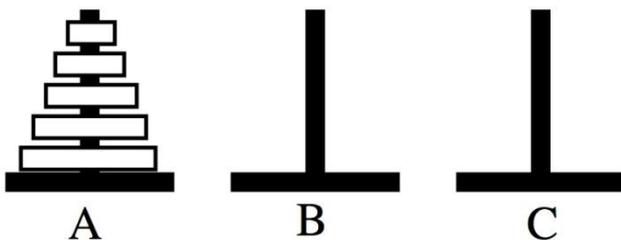
Tujuan utama dari algoritma Divide and Conquer adalah untuk menyelesaikan permasalahan dengan metoda yang sederhana dengan cara memecah masalah menjadi bagian yang lebih kecil. Sebagai contohnya adalah untuk menemukan nilai maksimal dan minimal dalam suatu daftar bilangan 4 12 23 9 21 1 35 2 24. Penyelesaian dari contoh dengan menggunakan algoritma divide and conquer dapat diperhatikan pada skema di bawah



Dua bilangan di bawah daftar bilangan secara berurut adalah nilai minimum dan maksimum dari daftar. Pertama-tama daftar bilangan terus dibagi menjadi dua bagian hingga terdiri dari dua bilangan atau satu. Setelah dibagi menjadi dua bilangan atau satu bilangan maka dapat ditemukan dengan mudah. Setelah menemukan nilai maksimal dan minimal maka bagian tadi digabungkan dan dicari nilai minimal dan maksimal. Jadi setelah digabungkan nilai yang ditemukan adalah nilai minimal dan nilai maksimal dari seluruh daftar bilangan.

### III. CARA PERMAINAN DAN PERMASALAHAN

Peraturan pada permainan *tower of hanoi* sudah dijelaskan pada bab I, sekarang akan dibahas mengenai cara permainan dengan persoalan yang sederhana dan permasalahan yang dialami jika jumlah piring yang akan digunakan banyak.

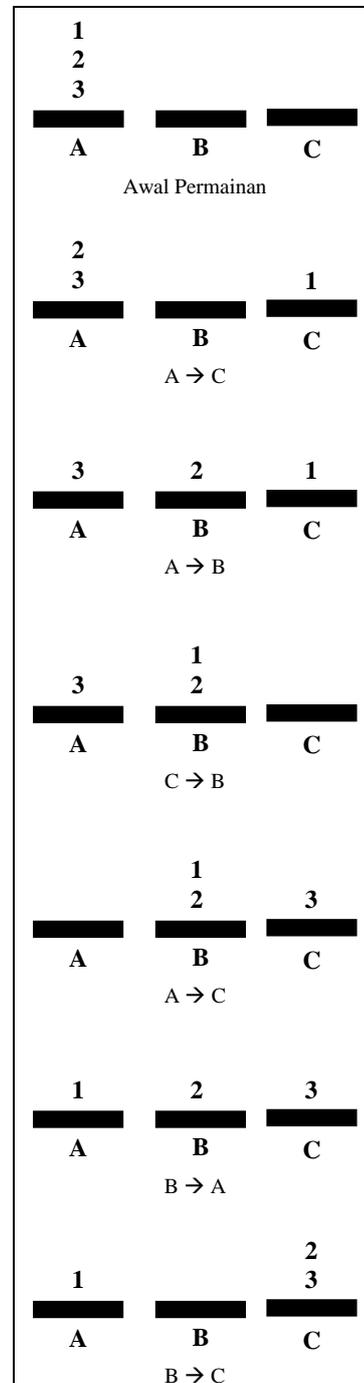


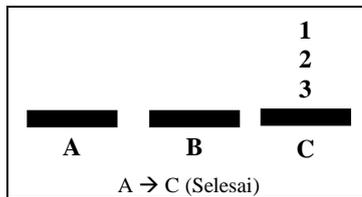
Gambar 1 Permainan Tower of hanoi

Gambar 1 menggambarkan kondisi awal permainan *tower of hanoi* dengan tiang A,B,C dan memiliki lima piring. Sebagai contoh yang sederhana akan diambil tiga

buah piring agar mudah dimengerti. Langkah-langkah untuk menyelesaikan permasalahan tiga piring sebagai berikut

1. Pindahkan piring 1 dari A ke C
2. Pindahkan piring 2 dari A ke B
3. Pindahkan piring 1 dari C ke B
4. Pindahkan piring 3 dari A ke C
5. Pindahkan piring 1 dari B ke A
6. Pindahkan piring 2 dari B ke C
7. Pindahkan piring 1 dari A ke C
8. Permasalahan selesai ditangani.





Gambar 2 Langkah tiga piring

Dapat dilihat bahwa untuk menyelesaikan permasalahan tiga piring dibutuhkan tujuh langkah, dilihat dari pola yang ada, kita harus memindahkan satu per satu mulai dari yang terbesar ke tiang C. Sebelum dapat memindahkan piring yang besar ke C kita harus menyusun sisa tumpukan ke tiang yang lain sehingga piring yang berukuran paling besar dapat berpindah ke tiang C.

$$\begin{aligned} T_1 &= 1 \\ T_2 &= 3 \\ T_3 &= 7 \\ T_4 &= 15 \\ T_5 &= 31 \end{aligned}$$

Berdasarkan informasi tersebut dapat dicari langkah yang dibutuhkan untuk n piring.

$$\begin{aligned} T_0 &= 0 \\ T_n &= 2 \times T_{n-1} + 1 \end{aligned}$$

Dari rumus di atas dapat dicari kompleksitas waktu untuk menyelesaikan n piring permainan *tower of hanoi*.

$$\begin{aligned} T_n &= 2 \times 2 \times T_{n-2} + 1 + 1 \\ T_n &= 4T_{n-2} + 3 \\ T_n &= 8T_{n-3} + 7 \\ T_n &= 2^n T_0 + 2^n - 1 \\ T_n &= 2^n - 1 \end{aligned}$$

Jadi kompleksitas waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan permainan *tower of hanoi* adalah  $O(2^n)$ .

Berdasarkan kompleksitas waktu yang diperoleh maka jika ada 100 piring tower of hanoi maka langkah yang dibutuhkan lebih dari satu miliar langkah. Dan lama waktu yang dibutuhkan untuk memikirkan langkah berikutnya tidaklah secepat komputer yang dapat melakukan berjuta-juta proses dalam satu detik. Oleh karena itu, jumlah piring yang banyak merupakan permasalahan tersendiri untuk menyelesaikannya.

#### IV. PENYELESAIAN PERMASALAHAN

Dari kompleksitas waktu yang sudah dihitung pada bab III, maka tidak mungkin manusia dapat menyelesaikan permainan tower of hanoi dalam satu hari, jadi dibutuhkan komputer untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Dengan menggunakan algoritma divide and conquer kita tidak perlu bingung untuk menyelesaikannya karena permasalahan akan dibagi-bagi menjadi lebih kecil dan mudah seperti hanya memindahkan satu buah piring ke tiang yang lain.

Asumsikan ada n piring yang ada di tiang A. kemudian

membagi tiap piring hingga hanya satu piring yang akan dipindahkan. Satu piring yang akan dipindahkan akan dipindahkan berdasarkan prosedur yang sudah di panggil sebelumnya. Algoritma penyelesaian dapat di lihat dari source code berikut.

```
#include <stdio.h>

void hanoi(char from, char other, char to, int n)
{
    if (n == 0) return;
    hanoi(from, to, other, n - 1);
    printf("pindahkan disk pada %c ke %c.\n", from,
to);
    hanoi(other, from, to, n - 1);
}

void main()
{
    int n = 4;
    hanoi('A', 'B', 'C', n);
}
```

Berdasarkan Algoritma tersebut, langkah-langkah penyelesaiannya adalah sebagai berikut

1. Pindahkan (n - 1) piring teratas dari A ke B
2. Pindahkan keping n dari A ke C
3. Pindahkan (n - 1) keping teratas dari B ke C

Kompleksitas algoritma di atas sama dengan kompleksitas yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya, yaitu  $O(2^n)$ ;

Keluaran dari program tersebut adalah sebagai berikut

```
Output:
pindahkan disk pada A ke B.
pindahkan disk pada A ke C.
pindahkan disk pada B ke C.
pindahkan disk pada A ke B.
pindahkan disk pada C ke A.
pindahkan disk pada C ke B.
pindahkan disk pada A ke B.
pindahkan disk pada A ke C.
pindahkan disk pada B ke C.
pindahkan disk pada B ke A.
pindahkan disk pada C ke A.
pindahkan disk pada B ke C.
pindahkan disk pada A ke B.
pindahkan disk pada A ke C.
pindahkan disk pada B ke C.
```

#### V. KESIMPULAN

Algoritma divide dan conquer dapat diterapkan untuk menyelesaikan permasalahan permainan tower of hanoi dengan jumlah piring yang banyak. Selain itu, algoritma divide dan conquer juga lebih mudah untuk dipikirkan dalam penyelesaian permasalahan yang banyak karena algoritma ini memilah-pilah permasalahan yang ada menjadi masalah yang sangat mudah untuk diselesaikan.

#### VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Saya mengucapkan terima kasih pada dosen-dosen IF3051 atas kesempatan yang sudah diberikannya untuk menulis karya ilmiah ini. Saya juga berterima kasih kepada teman-teman yang sudah membantu dalam penulisan karya ilmiah ini sehingga karya ilmiah ini dapat

selesai tepat pada waktunya.

#### REFERENSI

A Rinaldi Munir, "Strategi Algoritmik". Teknik Informatika ITB, 2007.  
B [http://en.wikipedia.org/wiki/Tower\\_of\\_Hanoi](http://en.wikipedia.org/wiki/Tower_of_Hanoi)  
C [http://en.wikipedia.org/wiki/Divide\\_and\\_conquer\\_algorithm](http://en.wikipedia.org/wiki/Divide_and_conquer_algorithm)  
D <http://prodig.forumotion.net/t308-math-game-tower-of-hanoi>

#### PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 8 Desember 2011



Wico Chandra  
13509094